

水門扉の大型化と高圧化に関する研究

平成 8 年 3 月

寺 田 溥

水門扉の大型化と高圧化に関する研究

平成 8 年 3 月

寺 田 溥

目 次

	頁
序 論	1
第 1 部 水理的問題	
第 1 章 外部条件算定精度の向上	
1 . 1 水理的上下向力の机上算出方法	1.1-1
1 . 2 選択取水設備の呑み口寸法の選定方法	1.2-1
第 2 章 水密機構の改善	
2 . 1 高圧ゲートの水密機構	2.1-1
2 . 2 選択取水設備の水密機構	2.2-1
第 2 部 構造的の問題	
第 3 章 構造計画の合理化	
3 . 1 掀り構造ゲートの構造解析	3.1-1
3 . 2 波を受ける 2 段式シェル構造ゲート	3.2-1
第 4 章 支承部負荷能力の改善	
4 . 1 ローラとレールの接触面の強度	4.1-1
4 . 2 戸当たり支持部の設計方法	4.2-1

謝 辞

第二部 構造的問題

第3章 構造計画の合理化

3 . 1

捩り構造ゲートの構造解析

目 次

	頁
3 . 1 振り構造ゲートの解析方法	5
3 . 1 . 1 研究テーマの位置付けと成果	5
3 . 1 . 2 振り構造の特徴と適用例	8
(1) 誕生の歴史*1	8
(2) 特 徴	10
(3) 適 用 例	13
3 . 1 . 3 単純振り理論による解析	17
3 . 1 . 3 . 1 断面応力の分布形状	17
3 . 1 . 3 . 2 弾性方程式による解析例	20
(1) 解析モデル	20
(2) 計算外力	20
(3) 変位計算法	23
(4) 弾性方程式	29
(5) 解析例	33
(6) 模型実験	42
(7) 支承移動の影響	43
3 . 1 . 3 . 3 立体骨組み理論による解析例	47
(1) 解析モデル	47
(2) 計算荷重	50
(3) 解析結果	50
(4) 横強度	51
(5) 剪断座屈	55
(6) 応力集中	55

3 . 1 . 4	曲げ 捻り理論による解析	57
3 . 1 . 4 . 1	断面 応力の分布形状	57
3 . 1 . 4 . 2	弾性方程式による解析例	62
(1)	解析方法	62
(2)	解析例	63
(3)	模型実験	71
3 . 1 . 4 . 3	有限要素法による解析例	71
(1)	変形の再現性	71
(2)	解析結果	75
(3)	断面 応力の比較	75
3 . 1 . 5	まとめ	84
添付資料 3 . 1 - 1	引用式の用語一覧表	86
添付資料 3 . 1 - 2	捻りを受ける薄肉断面梁の 応力分布	87
(1)	単純捻りと曲げ捻りの分布	88
(2)	$C b d$ 及び $J t$ の算出方法	96
(3)	応力の算出方法	104
(4)	応力分布の特徴	111
添付資料 3 . 1 - 3	曲げを受ける薄肉断面梁の 応力分布	113
(1)	剪断 応力分布	113
(2)	剪断中心	115
添付資料 3 . 1 - 4	曲げ捻り断面の計算例 1	116
(1)	断面係数 $C b d$	116
(2)	剪断流	118
添付資料 3 . 1 - 5	曲げ捻り断面の計算例 2	120
(1)	断面係数 $C b d$	120
(2)	剪断流	124

添付資料 3 . 1 - 6	捩り構造ゲートの強度試験	126
(1)	実験の直接目的	126
(2)	模 型	126
(3)	試験の方法	127
(4)	試験状況	127
添付資料 3 . 1 - 7	捩り構造ゲートの構造解析に関する参考文献	129

3.1 捩り構造ゲートの解析方法

3.1.1 研究テーマの位置付けと成果

構造物に作用する外力は荷重と反力に分けて考えることができ、荷重は構造物の剛性により荷重点から反力点(=支持点)に伝達される。構造物の剛性¹⁾は、断面力に対する構造的挙動から、剪断剛性、曲げ剛性、捩り剛性、引っ張り(圧縮)剛性などと類別して論じられることがあるが、構造物はこれらの総ての剛性を兼ね備えているのが一般的であって、荷重の伝達でどの剛性が主役を演じているかは、剛性の相対的大きさだけでなく、外力の分布により異なってくるものと考えられる。例えば、ある変位量に対して曲げと剪断変形が発生しているものとするれば、荷重の伝達は相対的に大きな剛性が支配的役割を担っているものと考えられるが、総ての荷重点と反力点が荷重ベクトルの作用線上にある場合には引っ張り(圧縮)剛性しか作用し得ない。水門扉(=ゲート)の構造形式は種類が多いが、ラジアルゲートは圧縮剛性型であることが多く、ローラゲートではクレストや河川ゲートは曲げ剛性型、高圧ゲートは剪断剛性型であることが多い。水門扉では以上の例の様に剪断剛性型、曲げ剛性型、圧縮剛性型である場合が一般的であるが、外力が捩りモーメントを形成し得る条件を満たしている場合は捩り剛性を増すか他の剛性を減らせば捩り剛性型の構造となる筈である。本論文ではこの様な構造を捩り構造、捩り構造を採用した水門扉を捩り構造ゲートと呼んでいる。水門扉は捩り構造にかなった外力条件を備えている場合が意外に多い。

捩り構造の扉体を持った転倒ゲートはヨーロッパでは1930年代に既に稼働していた。日本では昭和38年に始めてこれが松川放水工²⁾に採用されたが、以来採用件数は鰻登りに増加し、この形式は約30年経過した現在では日本全国で見られる。用途は親子ゲートや魚道ゲートに見られる様に多彩となり、100万トン修繕船ドックのゲート³⁾に見られる様に、1門千トンを越す大型ゲートも実現した。捩り構造の優れた点は軽量であること及び疲労に対する強さであり、将来のパナマ運河ゲートの代替案としてこの構造が提案されて

¹⁾ここで言う剛性は構造物のマトリックス解析等で用いる点と方向毎に定まる剛性とは概念的に異なる。

²⁾文献(1)及び(3)。農水省関東農政局殿御施工。

³⁾文献(6)及び(7)。

いるが¹⁾、それは更なる巨大化と共にスライドゲート、ローラゲート、マイターゲートの分野への適用範囲拡大の可能性を示している。

振り構造の構造解析は複雑であり、又、コンピュータの支援無くして解析作業を能率良く進めることが不可能である。日本に於ける実現が遅れた背景には河川事情の相違があるが、解析上の困難さも一つの原因であったと思われる²⁾。構造解析の方法はコンピュータ及びそのソフトの急速な進歩に伴いその選択枝が増えて来た。昭和30年代後半のコンピュータは集積回路を山の様に使用した大型機械の時代であった。日常的技術計算に用いられる機械もビルのワンフロアを占拠する大きさがあった。今は数百倍の性能を持った機械が各自の机の上に並んでいる時代である。その間に構造の解析に用いるソフトは置換骨組みから有限要素法へと変わった。本研究の目的は、これ迄行われて来た解析方法を内容的に明かにして、それぞれの方法の位置関係を明確にすることにある。

振り構造の解析は多数の不静定量を把握することが中心になるが、その手続きは極めて煩雑である。振り現象は単純振りと曲げ振りの組み合わせである。曲げ振り現象はその取扱いが複雑であって、一般的な構造解析で考慮されることはほとんどない。しかし、振り構造における応力分布は曲げ振り現象を無視して論じることはできない。特に超大型ゲートにあっては、この現象を無視して構造設計は成り立たないので、有限要素法による全体構造の解析が不可避となる。

上記は本論文の結論であるが、ここに至った経過を次の項目に従って論じる。尚、単純

- (1) 振り構造の特徴と適用例
- (2) 単純振り理論による解析
- (3) 曲げ振り理論による解析

単純振り理論とは曲げ振りを無視した解析理論を示し、曲げ振り理論は曲げ振りも考慮した理論を示す。研究テーマが含む技術内容からして、論文の前半は振りに関する基礎理論である必要があったが、論文の中心が意図する所からずれて来る可能性があるため、これ

¹⁾文献(8)及び(9)

²⁾文献(1)及び(3)

等は ” 捩りを受ける薄肉断面梁の応力分布 ” 及び ” 曲げを受ける薄肉断面梁の応力分布 ” の題名により添付資料として示した。

3.1.2 捩り構造の特徴と適用例

(1) 誕生の歴史¹⁾

捩り構造を採用した転倒式ゲートはヨーロッパに於いて1931年に既に稼働していた記録がある²⁾。捩り構造が採用されるに至った経過は文献³⁾に詳しく説明されている。以下はその部分訳である。この形式の水門(=転倒ゲート:著者注)の初期に於ける構造は簡単

であり、補強された外板の上縁には曲げに抵抗する桁が取り付けられ、適当な間隔で並べられた肋板を通じて底部にあるヒンジ金具と結合されている(図3.1-1)。曲げに抵抗する水平桁はその両端で門扉を作動させる為の引き上げ装置、即ち、歯竿、鎖、又はこれに代わるものによって支持されている。その後、この様な転倒ゲートの構造はこの形式の本質的な長所を十分利用していないことに気が付いた。それは底部がヒンジ金具で支

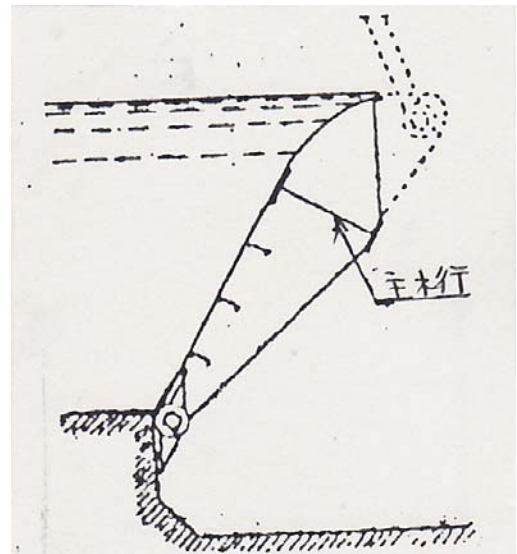


図3.1-1

持されているにも関わらず扉板上縁の桁は堰の全巾の両端で自由支持されていて、大きな曲げモーメントを受けている点である。その後、この点を改善して捩りに抵抗する門扉が使用される様になった。曲げモーメントに抵抗する扉板上縁の縦通桁の代わりに扉板下縁に捩りに抵抗する管を設け、底部で回転できる構造である(図3.1-2)。捩りに対する抵抗性と底部の連続的な支承配置により、巾が非常に広い水門扉の製作が可能となった。

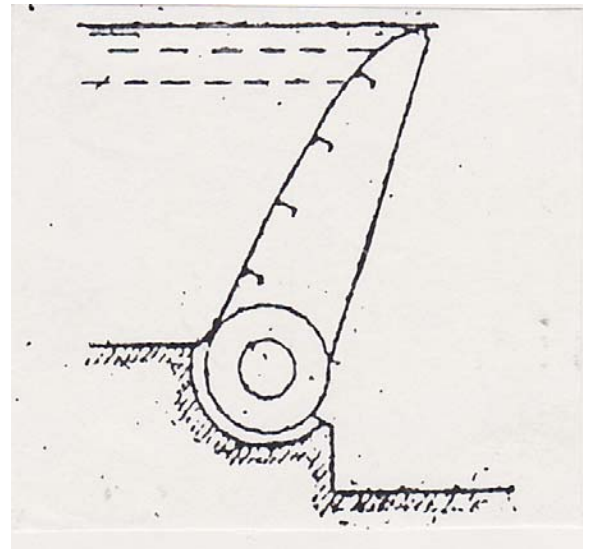


図3.1-2

¹⁾文献(12)

²⁾文献(10)。

³⁾文献(11)。

しかし底部の管支承部の水密確保が困難であった。底部の管を門扉の回転軸から扉板の上部縁に移動させたことは構造上の大きな進歩であった。即ち、それによりクレストと扉板下縁の間に一種の可撓な水密バンドを取り付けることにより底部の水密性を実現することが可能になったからである（図3.1-3）。転倒ゲートの使用範囲はかなり拡大されたが、それでもその適用範囲に限界があった。扉体巾が長くなるに従い最も困難な構造部材である捩りに抵抗する管の直径が大きくなり、又、板厚がそれに応じて増したからである。この様な欠陥は1930年に発表された魚腹型門扉により取り除かれた。この門扉は捩りに抵抗する管と扉板とを一緒にした均質なる捩りに抵抗する中空体である。即ち、上流川に凸に曲げられた円筒状の外板と下流川に凸に曲げられた鋼板とが剪断力に耐える様につなぎ合わされている（図3.1-4）。横断面はレンズ形で魚腹状をなし、同程度の鋼材を使用し、非常に大きな横断面積を持たせることができ、捩り抵抗を何倍かに増加することができる。同時に、捩りに抵抗する管が扉板から独立している形状に比較して、曲げ剛性も遥かに大きい。

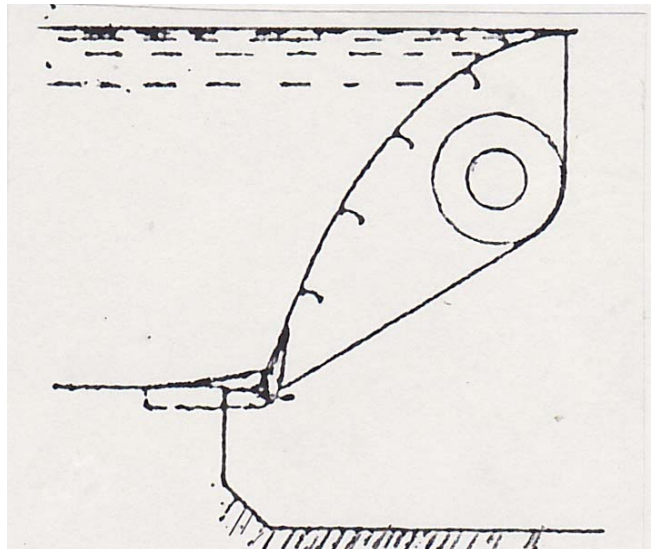


図3.1-3

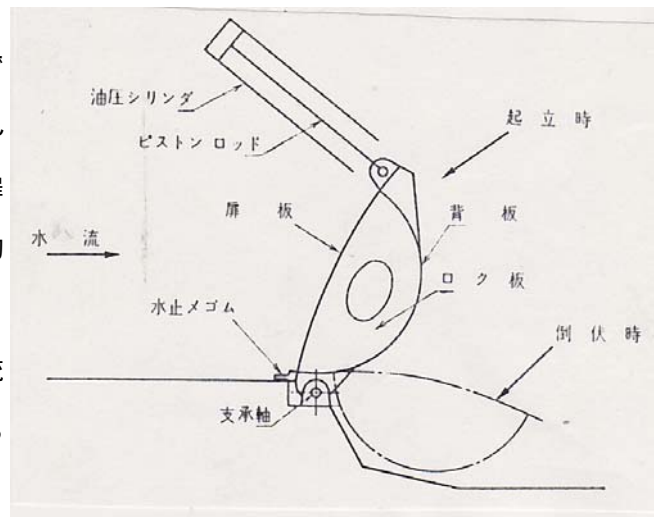


図3.1-4

ヨーロッパに於いてはその後も魚腹形門扉が広く用いられて現在に至っているが、その用途は河川用が中心であり、誕生当時のニーズから余り変化していない様に思われる。日本で始めて魚腹型ゲートが採用されたのが、前述の様に、昭和38年（1963）であり、その後急速にその名称で普及した。しかし、普及の方向は若干異なっている様に思える。対象が河川の転倒ゲートに限られず、断面形状は、捩り剛性を強めると同時に曲げ剛性を低く押さえる思想から、魚腹形から離れている場合も多く、もはや扉体形式を魚腹型で呼称

するのは適切でない場合が多い。本論文で、呼称をより抽象化して、捩り構造、又は、捩り構造ゲートの名称を用いている所以である。

(2) 特 徴

前小節(3 . 1 . 1)で構造物は複数の剛性を兼ね備え、荷重伝達で主役を演じる剛性は外力条件と剛性間の相対的強さで決まり、捩り構造としての条件は 捩りモーメントを形成し得る外力条件であること及び 捩り剛性が相対的に大きいことを述べた。又、捩り構造の優れた点は 軽量であること及び 疲労に強いことを挙げた。この4点が捩り構造の主な特徴であり、本項ではこれらの点を更に掘り下げ、捩り構造の工学的特徴をより具体的なものとして捉える。

外力は捩りモーメントを形成する条件を満たしている。

捩り構造は主として捩り剛性で荷重を反力点に伝達しようとする意図であるから、捩り剛性がいかに大きくても外力が捩りモーメントを形成する条件を満たしていなければ捩り構造は有効に作用しない。外力とは文字通り構造物の外部から作用する力であって、荷重とその反力である。長径間ゲートに見られる荷重点と剪断中心のずれから生じる捩りモーメントは荷重と剪断力により形成されるのであって、剪断力は内力の一つであるから、捩り構造は有効に作用しない。捩りモーメントを形成できる外力条件とは外力が偶力を形成できて、更に、その偶力に対抗できる別の外力偶力が存在することである。一番単純な例は転倒ゲートである。扉体に作用する水圧力や重力は底部のヒンジ支承からの反力と偶力を形成しており、その偶力は端部の反力モーメントと釣り合うことができる。反力モーメントは端部の支持力とその反力で形成されるものであるが、両端にある必要はない。セクターゲートやドラムゲートも転倒ゲートと同じ条件を備えている。船舶用ドライドックには浮き船ゲートや転倒式ゲートが用いられるが、底部に沿って支持線が存在するので、端部で反力モーメントが作用する様な支持方式をとれば捩りモーメントが形成される。水平方向にスライドできる横引きゲートでもこの条件が成り立ち得る。扉高の大きなダムクレス

トで用いられるフック方式¹⁾の2段式ローラゲートの上段扉は条件を満たしている。ローラゲートを設置する代わりに、扉体を径間中央で縦方向に分割し、底部乃至頂部で回転変位を止めることによりこの条件が成立する。この様に捩りモーメント形成の条件が満たされる場所は意外に多い。

捩り剛性が相対的に大きい。

相対的に大きいとは曲げ剛性に比較して大きいと言うことであり、又、曲げ剛性が相対的に小さいと言うことでもある。変形が主として捩り剛性で規制されるので、曲げ剛性が小さければ曲げ応力が小さくなる。しかし、変形が捩り剛性で規制される環境の中では、曲げ変形²⁾だけを減らす方法で同じ結果が得られることがある。直交座標(y 、 x)の x 軸を水圧方向に対し直角方向に向け、原点を剪断中心に設定し、底部支持点を x 軸上に配置した場合、扉体は支持点を中心に回転するので剪断中心が x 方向に変位することはなく、従って、 x 方向の曲げ変形、即ち、曲げモーメントは0となる。更に、直交座標がどこにあっても、底部支持点が x 方向に自由に変位できる状態であれば、 x 方向の拘束が無くなるので、 x 方向の曲率変化が大幅に緩和されて曲げモーメントが減少する。以上のことは単純捩り理論による解析例の項で改めて示したい。 y 方向の曲げ応力を同様の操作で減らすことはできない。底部支承を y 軸上に配置することは機能上不可能であるし、 y 方向の拘束を除くことも、水圧による大きな曲げモーメントが発生するので、不可能であるからである。しかし、 x 軸方向の曲げ応力を剛性を減らすこと無しに削減できることは断面形状の選定にとって大きな福音である。以上の結果をまとめると次の様になる。捩り構造では捩り剛性が相対的に大きい。水圧力と直交する方向の曲げ剛性は小さくない場合もあるが、その影響を別の手段で緩和できる可能性がある。

軽量である

曲げ構造の水門扉を捩り構造に変えると軽量となることが多い。しかし全ての場合について鋼重が減少するわけではない。二つの構造の重量傾向を把握する為に次の仮定の下で仮定 扉体の横断面形状と上下流水頭は相似である。

¹⁾上段扉の上縁に主桁があって主ローラで支持され、下縁がローラを介して下段ゲートで支えられている方式で、断面形状がフックに似ているのでこの呼び名がある。

²⁾湾曲変形 = 曲率のことである。曲げモーメントに比例する。

の単位面積当たりの重量 $w = \text{扉体重量} \div (\text{扉巾} \times \text{扉高})$ に対する影響因子を調べた。拘束条件は許容応力及び許容変位（変位量 / 扉巾）とし、捩り構造に対しては単純捩りによる変形だけを考え、曲げ構造に対しては曲げ変形だけを考え、荷重はどちらも水圧力に限定して、表 3 . 1 - 1 に示す結果を得た¹⁾。即ち、単位重量は捩り構造では部材が許容応力

拘束条件	許容応力	許容変位
捩り構造	扉高 × 扉巾	扉高 × 扉巾
曲げ構造	扉巾 ²	扉巾 ³ ÷ 扉高

で決まる場合も変位で決まる場合も扉高 × 扉巾に比例して増加するのに対して、曲げ構造では許容応力に対しては扉巾の 2 乗に比例し、変位に対しては扉巾の 3 乗 ÷ 扉高に比例する。従って、捩り構造は扉高が小さく扉巾が

大きい場合、即ち、横長の場合に相対的に軽量であると言える。分岐点がどこにあるかは実績ベースで調べる必要がある。

疲労に強い

運河ゲートなどで使用頻度が非常に高い場合は、疲労破壊の可能性がある。疲労破壊に対しては引っ張り応力の大きさが敏感に影響を与える²⁾。捩り構造では主構造部の全域が純剪断に近い応力状態にある。材料の降伏条件についてはいくつか説があるが、鋼構造物の設計では、現在では、Huber-Misesの剪断歪エネルギー説の適用が一般的となっていて剪断応力の最大値は引っ張り許容応力の $1/\sqrt{3}$ に押さえられる。純剪断状態では引っ張り応力は剪断応力に等しいので、結果的に捩り構造では引っ張り応力が低く押さえられ、疲労破壊に対して有利である。疲労破壊の発端は材料中の微細な欠陥であるので、純剪断状態で存在する大きさの等しい圧縮応力がこの部分の応力集中率を高める可能性がある。この程度を占う為に丸穴に対する応力集中率を単純引っ張りと同純剪断で比較すると 3 : 4 の関係にある。従って、この点を考慮しても捩り構造は疲労破壊に対して有利であるものと、考えられる（検証計算： $4/3/\sqrt{3} = 0.77$ ）。

¹⁾得られた影響因子をグラフの横軸として単位重量の実績値をプロットした結果は概ね影響因子と直線関係にあることを示した。しかし、因子が 0 に近付いても 0 には収斂しない。即ち、直線関係ではあるが比例関係にはない。

²⁾文献 (37) の 12 頁、文献 (34) の 207 頁

(3) 適 用 例

前小節(3 . 1 . 1)で振り構造適用経過のあらましを述べたが、本項で具体例を示す。図 3 . 1 - 5 は日本における振り構造ゲートの初号機である松川放水工ゲートである¹⁾。高さ1.7 m x 長さ9.0mの転倒ゲートで、

片側に配置した駆動軸の振りモーメントで支持している。扉体断面は上流に凸に曲げられた扉板と下流に凸に曲げられた背板からなる魚腹型である。扉体内は一定間隔で肋板が配置されていて扉体形状を保ち、底部のその位置に回転支承が配置されている。図 3 . 1 - 6 は初号機を

施工するのに先立って行った模型試験に用いた扉体の内部である。振り部材は内部で補強材により防撓され、剪断坐屈に対する抵抗と水圧に対する剛性が高められている。補強材は一定間隔で並んだ肋板で支持されている。図 3 . 1 - 7 は親子ゲートを示す。このアイデアは農業土木コンサルタント(株)の担当課長が昭和39年に発案されたもので、超径間ゲートの上に魚腹型ゲートを配置した

形は後で大変重要な形式となった。著者はこのアイデアを現実のものとする為に技術的支

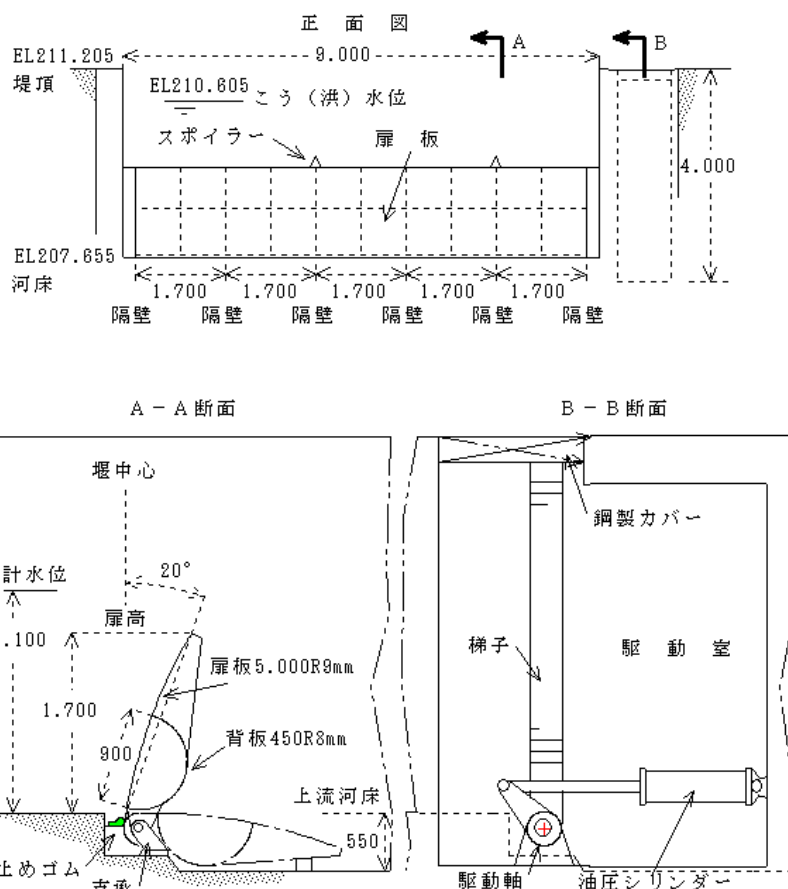


図 3 . 1 - 5

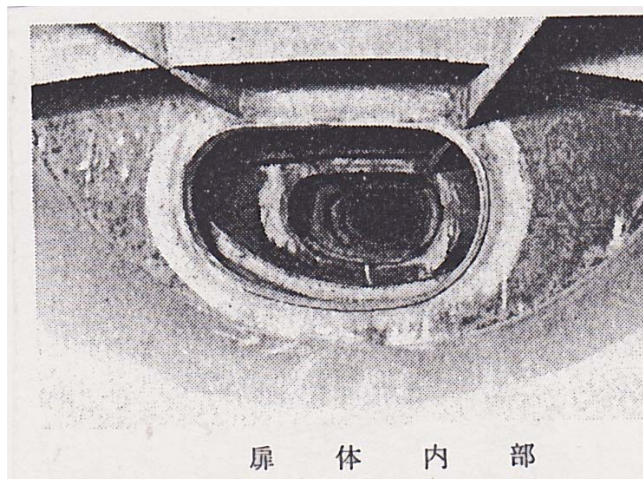


図 3 . 1 - 6

¹⁾文献(1)。農水省関東農政局殿御施工。

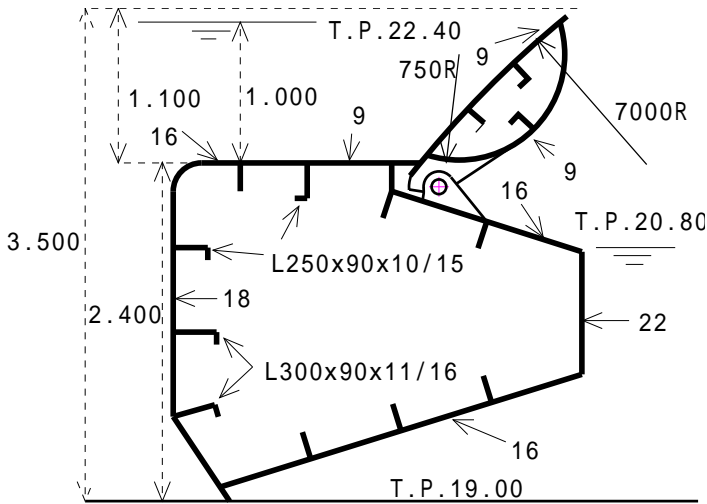


図 3 . 1 - 7

援をさせて頂いた経緯がある。最大の問題は親ゲートが変形した状態における子ゲートの開閉機能

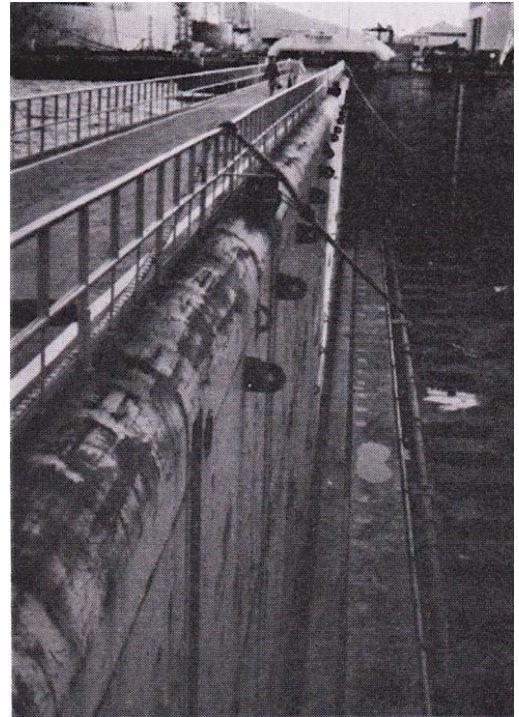


図 3 . 1 - 8 図

であったが、後でこの解析方法につき論じる。図 3 . 1 - 8 ~ 10 は船舶用ドライドック



図 3 . 1 - 9

のゲートに挟り構造を適用した例で¹¹、図 8 は扉高 13.5m x 扉巾 100m x 重量 1270ト、図 - 9 は扉高 12m x 扉巾 80m x 重量 780トである。図 - 8 の例では曲げ構造とした場合重量は 1900トであったから、実に 33% の低減率である。図 - 8 では扉体頂部の稜線は円弧状断面であるが、図 - 9 では直角である。製作コストの低減を狙った改善であるが、直角部に於いて剪断応力の集中が発生している筈である。この問題についても後で論じる。図 - 10 は図 -

8 のゲートを取り外して横にした状態であり、端部における反力モーメントの発生を可能にする為に設けた底部金物を示している。水圧

¹¹文献 (6)

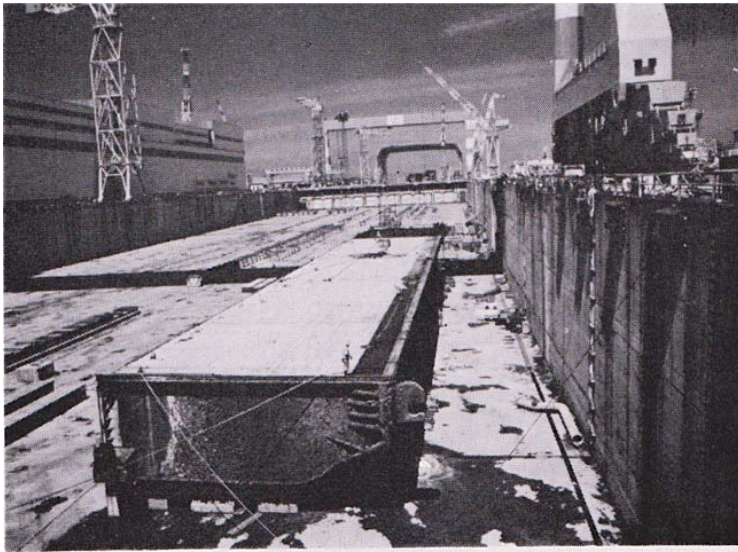
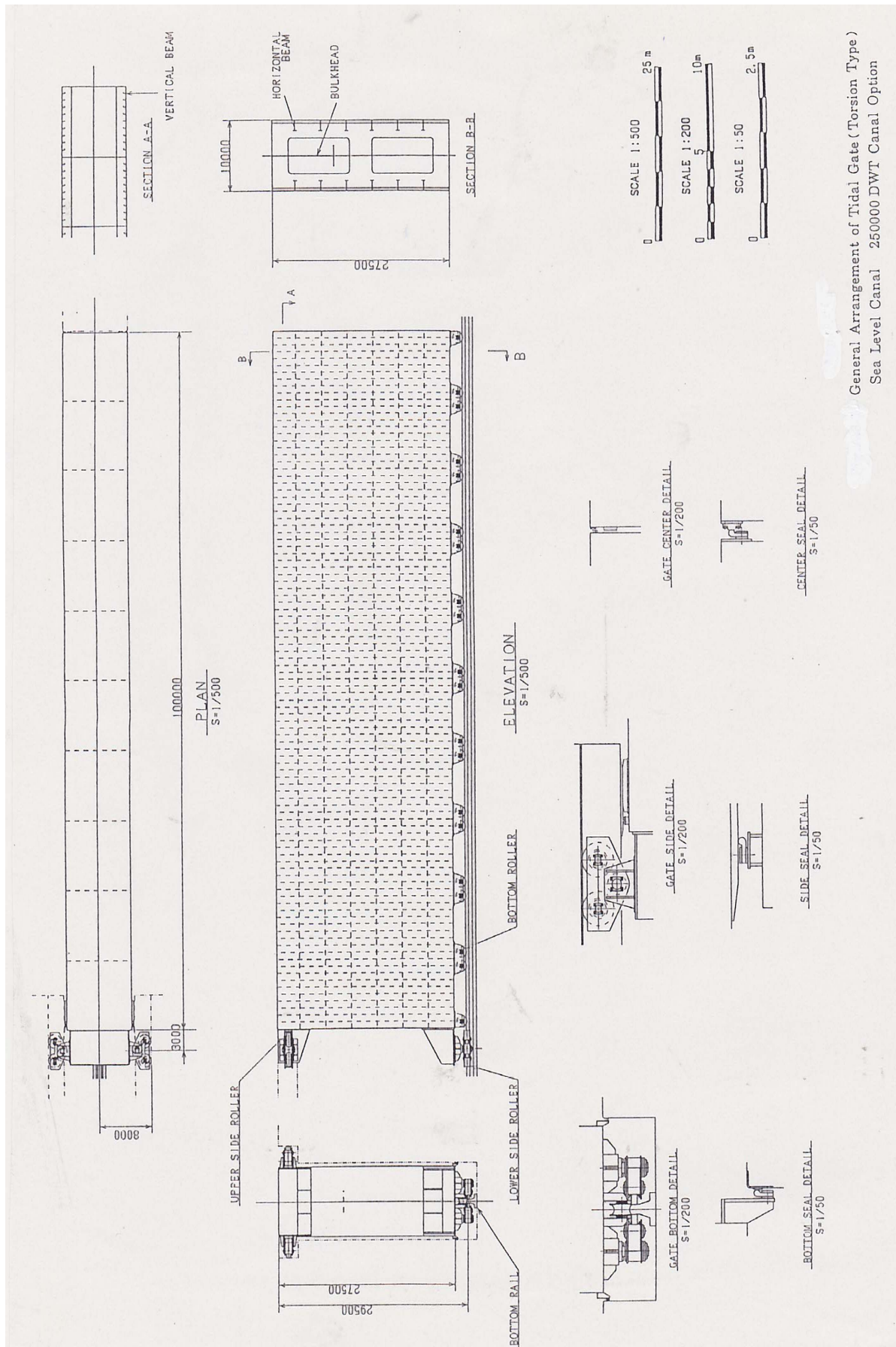


図 3 . 1 - 1 0

は写真の下面（海側）から作用する。扉体端部の壁は特に重厚にできていて、頂部はドック側部のコンクリート面に埋め込まれた戸当たり金物で支持されるが、底部は海側に逃げる傾向にあり、この金物が逃げるのを押さえ込む。金物が大きく口をあけているのは扉体の自由な取り外しを可能にする為である。これ等のゲートに於ける回転支承は両端と中央にあるのみで、回転ピンと扉体側の金物の取り合いは極めてルーズである。

扉体底部は扉体の下縁に沿って取り付けられた木座がドック底部のコンクリート面に埋め込まれた戸当たり金物に当たって支持される。従って、水圧力の支持は木坐、自重の支持は回転支承と役割を分担している。扉体の断面は、捩り剛性が大きく水圧方向の曲げ剛性が小さくなる様な形状を追求した結果、長方形に近い形状となっているので、もはや魚腹型の名称はふさわしくない。扉高方向の曲げ剛性が大きい、その影響は底部に於ける扉高方向の拘束が少ないことで緩和されている。図 3 . 1 - 1 1 は将来のパナマ運河ゲートの代替案として提案された捩り構造の一例である¹⁾。扉高27.5m x 扉巾200m x 重量5950トツであり、中央で分割された横引きゲート（Rolling Gate）で、その半分が図に示されている。太平洋と大西洋の潮位差を仕切るのが目的であり、水圧力は両大洋側から交互に作用し、若干の水位差がある状態で開閉操作される。ローラ踏み面は凹状の半円弧で、一本の円形断面のレール上を走行し、水圧力もこのレールに伝達される。ローラの中心は剪断中心を通る垂直軸上にある。扉体全体は片側で支持される。走行中の支持点は端末の頂部と底部に水平方向に配置されたローラであり、全閉時の大きな水圧力に対しては扉体端部に於いて扉体の上端と下端がコンクリート構造により直接支持される。この図面は構想を示す暫定的なものであり、形状や部材寸法は総て参考値である。

¹⁾文献（8）の14-73頁及び文献（9）のApp3-5頁



General Arrangement of Tidal Gate (Torsion Type)
 Sea Level Canal 250000 DWT Canal Option

3.1.3 単純捩り理論による解析

捩り現象は単純捩りと曲げ捩りの組み合わせであり、本項では曲げ捩りを無視した構造解析の方法につき論じる。構造解析は単純捩り理論による方法が一般的である。薄肉断面の捩りに関する基礎理論は添付資料3.1-2・3に示し、特定の断面形状に理論式を適用した結果を添付資料3.1-4・5に示したので、本項ではこれらを出発点として構造解析の方法を論じる。用いる算式のうち、番号がアルファベットで示されているものは添付資料から引用した式である。引用式に関連する用語の定義は添付資料3.1-1に示す。

3.1.3.1 断面応力の分布形状

構造解析の出発点として薄肉閉断面の応力分布の特徴を明かにする。断面の主軸に一致させて直角座標（ x 、 y ）を設定する。断面力は単純捩りモーメント T_s 、 y 軸及び x 軸周りの曲げモーメント m_y 及び m_x 、 x 軸方向及び y 軸方向の剪断力 Q_x 及び Q_y である。各断面力に対応する断面応力は次の式で算出される。

[剪断中心]

$$\left. \begin{aligned} y_s &= r_0 \left(\int_0^s x t d s + c_x \right) d s \div I_y = (J_{11} + 2A_s c_x) \div I_y \\ x_s &= - r_0 \left(\int_0^s y t d s + c_y \right) d s \div I_x = -(J_{12} + 2A_s c_y) \div I_x \end{aligned} \right\} \dots\dots (bj)$$

[曲げ剪断流常数]

$$\left. \begin{aligned} c_x &= - \frac{1}{t} \left(\int_0^s x t d s \right) d s \div \frac{1}{t} d s = - J_9 \div I_0 \\ c_y &= - \frac{1}{t} \left(\int_0^s y t d s \right) d s \div \frac{1}{t} d s = - J_{10} \div I_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (bh)$$

[曲げ剪断流]

$$\left. \begin{aligned} q_{bx} &= M_y + c_x (Q_x \text{ に対応}) \\ q_{by} &= M_x + c_y (Q_y \text{ に対応}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (bf)$$

[曲げ剪断応力]

$$\begin{aligned} \tau_{bx} &= - \frac{Q_x}{I_y} \cdot \frac{q_{bx}}{t} = - E \frac{q_{bx}}{t} \cdot \frac{d^3}{dz^3} \\ \tau_{by} &= - \frac{Q_y}{I_x} \cdot \frac{q_{by}}{t} = - E \frac{q_{by}}{t} \cdot \frac{d^3}{dz^3} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \tau_{bx} \\ \tau_{by} \end{aligned}} \right\} \dots\dots (bf)$$

[曲げ応力]

$$\sigma_b = \tau_{bx} + \tau_{by} = \frac{m_y}{I_y} x + \frac{m_x}{I_x} y \quad \dots\dots (ba)$$

[単純捩り剪断流]

$$q_s = \frac{2 A_s}{I_o} \quad \dots\dots (aj)$$

[単純捩り剪断応力]

$$\tau_s = \frac{1}{2 A_s t} T_s = \frac{q_s}{t} \cdot \frac{T_s}{J_t} = \frac{q_s}{t} G \frac{d}{dz} \quad \dots\dots (aj)$$

[断面内の分布形状]

断面内の剪断応力分布は剪断流で定まる。単純捩り剪断流の分布は全周にわたり一定である。曲げ剪断流の分布を図 3.1-12 及び 13 に示す魚腹型及び箱型断面について計算した結果を図 3.1-14 及び 15 に示す。数値計算に必要な算式は全て添付資料 3.1-4 (魚腹型) 及び 5 (箱型) に示されている。これらは上に示した一般形状に対する式を二つの断面に適用した結果である。図 - 12 に於ける G は重心、S は剪断中心、t は板厚を表す。図 - 12 及び 13 に於いては x - y 座標の原点が、後で行う構造解析に便利な様に、それぞれ図示の位置に設定されているが、上記の計算式を実行するに当たっては重心に原点を設定する。r_o (r 零) の中心は重心であり、x_s、y_s は重心からの距離として与えられる。図 - 12 では x 軸が鉛直方向に設定されているが、これは後で引用する参考文献との関係を保つ為であって、上の式は x 軸が水平 (図 - 13 の様に) に設定された座標系に対するものであるから、式を図 - 12 に適用するに当たっては式中の x と y を入れ替える。しかし、図 - 14 では x 軸が水平に設定されているので、この図は図 - 12 を反対側から見て時計方向に 90 度回転した状態に当たる。図 - 13 及び 15 では軸の設定は計算式と一致している。図 - 14 及び 15 に示す曲げ剪断流はグラフに示した特定の形

状と部材寸法に対するもので、その値は断面形状（実線）から剪断流曲線に向かって立てた法線の長さをグラフに示した値で除して得られる。法線長さの横・縦軸成分は軸目盛りで計る。断面の内側がマイナス、外側がプラスである。尚、剪断流は時計方向をプラス方向としている。各断面の剪断応力は、この剪断流に断面毎の剪断力が乗じられるので、大きさと方向が断面毎に異なったものとなる。曲げ応力の分布は通常の梁の曲げ理論に従う。

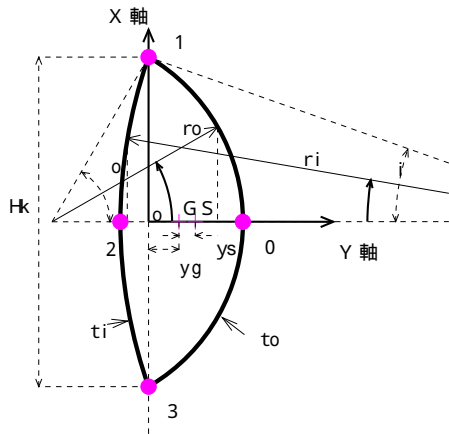


図 3 . 1 - 1 2

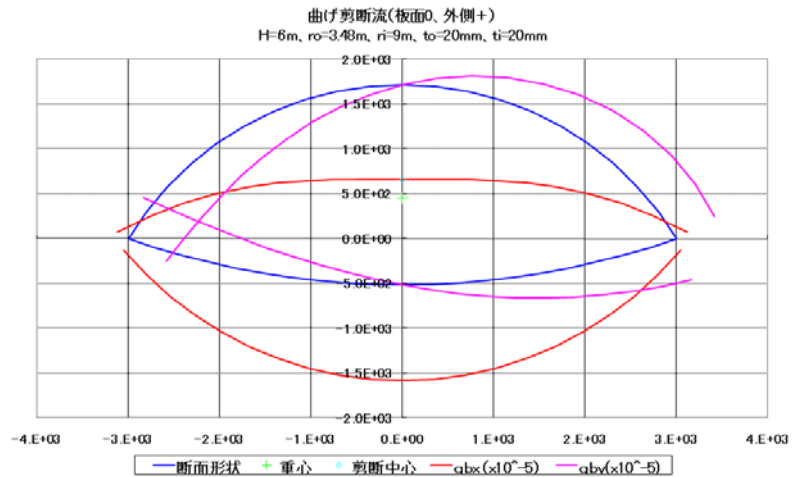


図 3 . 1 - 1 4

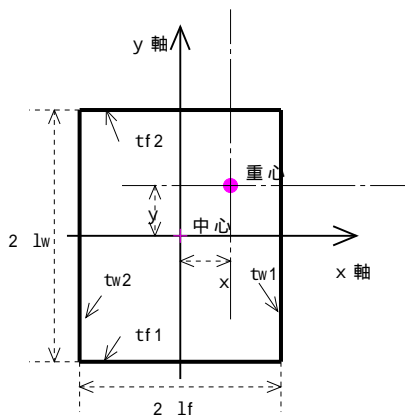


図 3 . 1 - 1 3

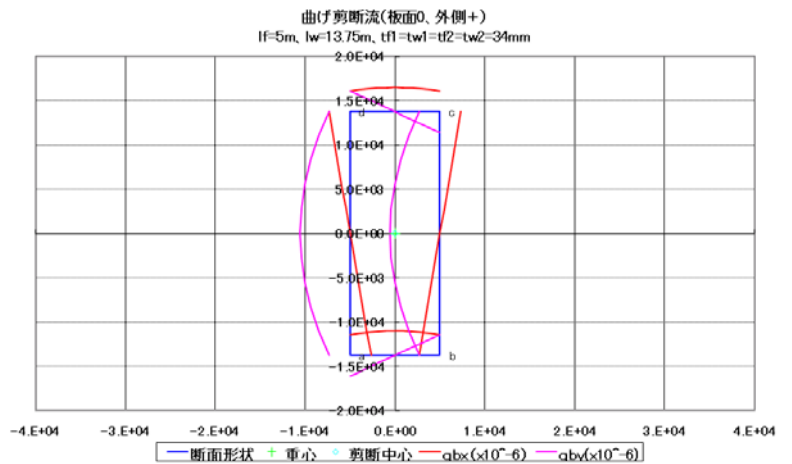


図 3 . 1 - 1 5

応力算出に必要な内力を把握する為には扉体全体の構造解析を行う必要がある。

3.1.3.2 弾性方程式による解析例

弾性方程式による解析とは、扉体の各支持点における弾性変形量を弾性方程式で表し、それが支持条件に合致する様に内力を決定する操作であって、捩り構造の解析方法の基本である。解析の基礎的な流れは Paul Cicin が1958年に発表した論文¹¹⁾を踏襲している。弾性方程式は行列式で表され、その解はコンピュータで簡単に得られる。

(1) 解析モデル

扉体の各横断面は剪断中心を中心に捩り変位が生じるのであるから、扉体は剪断中心を結んだ線で置き換え、捩り剛性は勿論、曲げ剛性もこの線に集中しているものとする。梁の曲げ理論での曲げ剛性は断面の重心を結んだ線に集中しているとするが、これを剪断中心に移しても弾性方程式に影響を与えない。x及びy方向の撓み量は曲げ剛性がどこに置かれてもその値は変わらないからである。但し、曲げ変形を算出する時の荷重は剪断中心線上にある必要がある。

(2) 計算外力

扉体に作用する外力は荷重とその反力であり、荷重は水圧力、土圧力、重力などで、扉体の表面や内部に広く分布しているが、これらは、扉体の局部剛性により、扉体内に一定間隔で配置された肋板位置に伝達されるものとする。荷重を各肋板に作用する集中荷重に置き換えられる。荷重は径間方向に一様に分布すると考えることに何の支障もないので、各肋板に作用する荷重の大きさは径間内の肋板で等しく、両端ではその半分であるとする。反力は各肋板位置の底部に設けられる支承と扉体の端部で発生する。扉体の端部反力は力の形で作用するのが一般的であるが、扉体断面に作用する段階では捩りモーメントの形をとると考えることができるので、扉体端部に於いて反力モーメント M_0 が作用すると見なす。両端が支持される時はこの半分が両方に作用するわけであるが、両端支持に於ける内力分布は片側支持の状態を基本にして定めることができるので、当面

¹¹⁾文献(11)

は片側支持のみを対象とする。底部支承からの反力は肋板に作用する荷重 (w_x 、 w_y) と等しい部分 ($w_{x'}$ 、 $w_{y'}$)、及び、それからはみ出す部分 (X 、 Y) とに分けて考えて、その正の方向を図 3. 1 - 16 の様に定める。前者を支承反力の静定量、後者を不静定量と名付ける。

(w_x 、 w_y) と ($w_{x'}$ 、 $w_{y'}$) は、大きさが等しく方向が反対であるから、偶力を形成する。これを静定捩りモーメントと名付け、大きさを中間断面で m_s とする (端末ではその半分)。 m_s を扉体全体に合計した値は M_0 に等しい。残った (X 、 Y) は支承反力の不静定量である。各肋板位置に於いて、図 3. 1 - 17 に示す様に、剪断中心に不静定量 (X 、 Y) 及びこれと大きさが等しく反対方向の不静定量 (X' 、 Y') が作用していると考ええる。不静定量 (X 、 Y) と仮想の不静定量 (X' 、 Y')

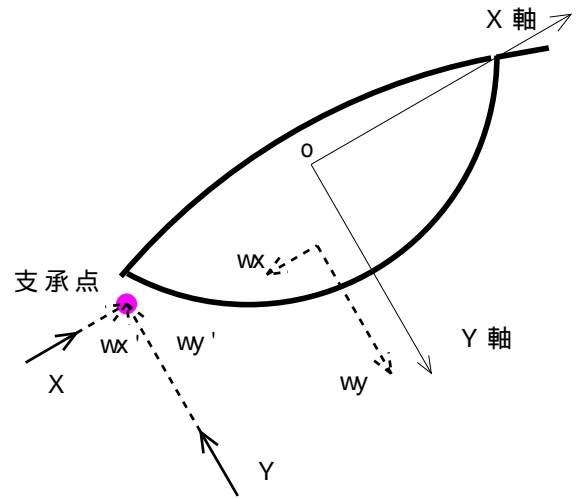


図 3. 1 - 16

は大きさが等しく方向が反対であるから偶力を形成する。これを仮想の不静定捩りモーメントと名付け、 i 断面における大きさを m_{fi} とする。この値は断面により変化するが、扉体断面が一様の場合は、扉体全体について合計した値が 0 である¹⁾。残った剪断中心線に作用する仮想の不静定力 (X 、 Y) は扉体に曲げ変形を起さ

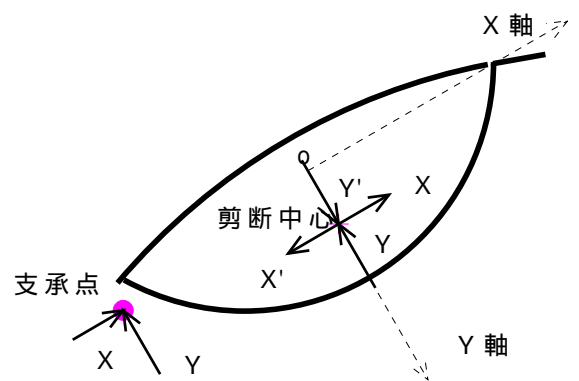


図 3. 1 - 17

こせる。 X 及び Y を扉体上に集計した値はそれぞれ 0 である。結局、扉体に作用する外力は捩りを発生させる静定捩りモーメント群と仮想の不静定捩りモーメント群及び撓みを生じさせる仮想の不静定力群の 3 グループに分けられ、それぞれの合計は以下の式のようになる。 n は肋板間隔数である。合計は断面 0 ~ n 迄の断面について行った結果である。

(1) 静定捩りモーメント m_s : $m_s \times n = M_0$ (1)

(2) 仮想の不静定捩りモーメント m_{fi} : $m_{fi} = 0$ (一様断面の場合) (2)

¹⁾ 変断面の場合も式 (9) で与えられるネジリモーメントを加えて合計すると 0 になる。

(3) 仮想の不静定力 X_i 及び Y_i : $X_i = 0$ 、 $Y_i = 0$ (3)

(3) 変位計算法

弾性方程式は扉体の各支持点の弾性変形量を表すものであるから、各支承の変位を算出する方法が必要である。前項で述べた様に扉体は静定及び不静定外部捩りモーメントにより捩り変形を起こし、断面の剪断中心に作用する不静定外力により曲げ変形を起こすので、外部力による(a) 捩り変形、及び、(b) 曲げ変形を算出する方法が必要がある。横断面の剪断中心を結んだ線が直線であれば剪断中心に作用する荷重により内部捩りモーメントが発生することはない。しかし、扉体の部材は断面によって異なると考える必要があるから、剪断中心を結んだ線は曲線であり、従って、曲げ変形は内部捩りを伴うので、(c) 内部捩りモーメントによる捩り変形も算出する必要がある。曲げ変形に対する端末支持点も変位するが、これは弾性方程式の中で解かれる。以下にそれぞれの変形による支承点変位を計算する方法を示す。

(a) 集中捩りモーメントによる変形

集中捩りモーメントによる変形は図 3 . 1 - 1 8 に示す境界条件で算出する。a 端は回転に対して固定、b 点は回転に対しても変位に対しても全く自由である。直角座標軸 x、y、z を図示の方向に設定し、原点を a 端の断面内に固定する。0 ~ n は支点番号であり、 $l_s \times n$ が扉体の全長である。即ち、扉体巾は l_s の間隔に、支承と肋板で n 区画に分割されている。扉体は剪断中心線を結んだ線で表されていて、その構造が支点間で一定と考えられるから、その間は z 軸に平行な直線で表される。i 点に作用する集中モーメント m_i に対して、図に示す様な内部捩りモーメントが発生する。横断面はこの大きさに応じて換れるが、a 端固定、b 端自由の境界条件であるから、ある断面の回転角度はそれから左側の扉体の捩り角度が集積され

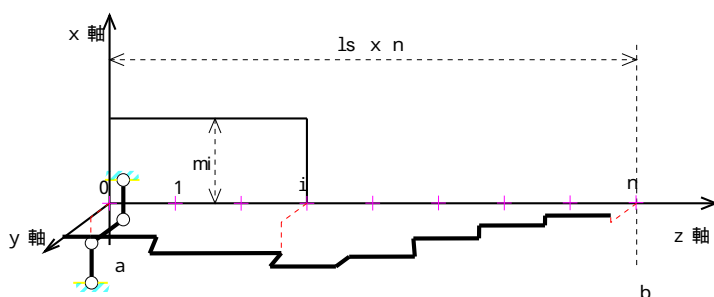


図 3 . 1 - 1 8

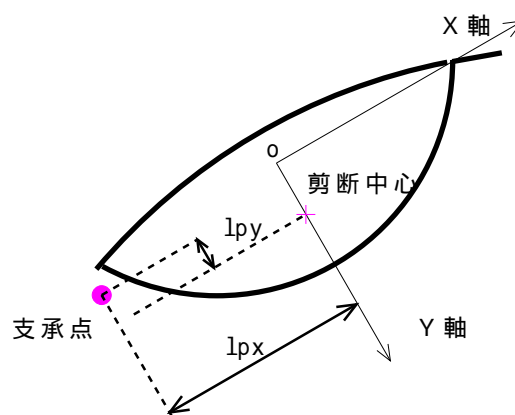


図 3 . 1 - 1 9

の境界条件であるから、ある断面の回転角度はそれから左側の扉体の捩り角度が集積され

たものとなる。ある断面の剪断中心と支承点の距離を、図 3.1-19 に示す様に、x 及び y 軸の方向に l_{px} 及び l_{py} とし、この断面が左側の扉体の捩りにより だけ回転した状態を図 3.1-20 に示す。x 及び y 軸も だけ回転して x' 及び y' 軸の位置に移動したとすると、 l_{px} 及び l_{py} は x' 及び y' 軸方向の距離を示し、最初の x 及び y 軸の方向の距離は $l_{px'}$ 及び $l_{py'}$ となり、こ、

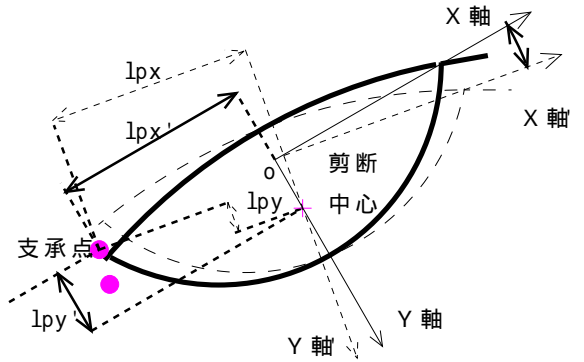


図 3.1-20

れらは が微小角度であるので、次の関係で結び付けられる。k 断面におけるこれらの記

$$\left. \begin{aligned} l_{px'} &= l_{px} - l_{py} \\ l_{py'} &= l_{py} + l_{px} \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

号を添え字 k で表すことにすると、k-1~k 断面の捩れによる k 断面の支承点の変位はこの間の捩り角の増加分に $l_{pxk'}$ 、又は、 $l_{pyk'}$ を乗じた量となるので、弾性方程式は非線形となる。従って、扉体の捩り角度は極めて小さいことを条件として、捩り変形による剪断中心の移動は総ての計算で無視する。以上の仮定の下で、i 断面に作用する集中モーメントで発生する単純捩り¹⁾による j 断面の支承位置の x 及び y 方向の変位 t_{ij} 及び t_{ij} は次の手順で計算される。

[捩り断面係数]

$$J_t = \frac{4 A_s^2}{I_0} \dots\dots (y)$$

[i 断面の m_i による j 支承点の変位]

$$\left. \begin{aligned} t_{ij} &= \sum_{k=1}^j \frac{m_i l_s}{G J_{tk}} l_{pyk} \quad \text{但し } J > i \text{ の場合は } \sum_{k=1}^i \frac{m_i l_s}{G J_{tk}} l_{pyk} \\ t_{ij} &= - \sum_{k=1}^j \frac{m_i l_s}{G J_{tk}} l_{pxk} \quad \text{但し } J > i \text{ の場合は } - \sum_{k=1}^i \frac{m_i l_s}{G J_{tk}} l_{pxk} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

¹⁾単純捩り角度： $\theta = T \times L \div G J$

扉体構造が全巾に渡って同一部材である場合は式(5)は次の様になる。

[i 点の m_i による j 支承点の変位：全断面が同一の場合]

$$\left. \begin{aligned} t_{ij} &= \frac{m_i l_{sj}}{G J_t} l_{py} \quad \text{但し } J > i \text{ の場合は } \frac{m_i l_{si}}{G J_t} l_{py} \\ t_{ij} &= - \frac{m_i l_{sj}}{G J_t} l_{px} \quad \text{但し } J > i \text{ の場合は } - \frac{m_i l_{si}}{G J_t} l_{px} \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

(b) 集中荷重による曲げ変形

集中荷重による曲げ変形は図3.1-21に示す境界条件で算出する。曲げモーメント図が示す様に両端単純支持の梁である。表示内容で図3.1-18と共通する部分は同図と同じ意味である。曲げモーメントを2回積分す

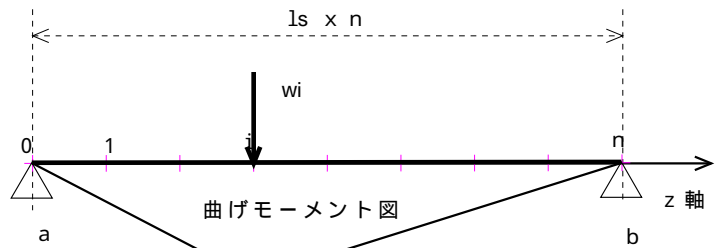


図3.1-21

ると撓み量が得られるが、モーメントと撓みの関係を図に示した荷重と曲げモーメントの関係に当てはめることにより、積分を若干容易にすることができる。i 点の集中荷重 w_i による j 点の x 方向及び y 方向の撓み w_{ij} 及び w_{ij} は次の式で与えられる。 I_x 及び I_y

$$\left. \begin{aligned} w_{ij} &= X_i \sum_{k=1}^n \frac{l_s^3}{E I_{yk}} A_{ijk} \\ w_{ij} &= - Y_i \sum_{k=1}^n \frac{l_s^3}{E I_{xk}} A_{ijk} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

但し $A_{ijk} = (n-j)(n-i) \{k^3 - (k-1)^3\} \div (3n^2)$ ($k = i, k = j$ の範囲)
 $(n-i)j \{3k^2 - 3n(k-1)^2 - 2k^3 + 2(k-1)^3\} \div (6n^2)$ ($k = i, k > j$ の範囲)
 $(n-j)i \{3k^2 - 3n(k-1)^2 - 2k^3 + 2(k-1)^3\} \div (6n^2)$ ($k > i, k = j$ の範囲)
 $ji \{(n-k+1)^3 - (n-k)^3\} \div (3n^2)$ ($k > i, k > j$ の範囲)

は中立軸に設定された x 軸周り及び y 軸周りの断面二次係数である。荷重 w は剪断中心に作用する仮想の不静定力に置き換えられている。 a 端では変位が拘束されているが、 b 端

は支持反力が荷重と釣合いを保ちながら、自由に変位し得る状態にあると考える。この様に取り扱うことにより(a)で述べた捩り変形の解析モデルにおけるb端末の境界条件との整合性が保たれるし、又、静定モーメントに対して算出されるn支承の大きな変位が支点変位により実際の状態に調整される(支承点の実際の変位は0である)。この点を更に詳しく述べると、支承点変位は静定モーメント、仮想の不静定モーメント及び仮想の不静定力により生じるが、不静定モーメントと不静定力は、式(2)及び(3)で示した様に、扉体全体で0となるので、それぞれの作用で開いた支承点位置はn点では閉じる傾向にある。従って、静定捩りモーメントにより大きく変位したn支承点はb支持点が自由に変位できるから元の位置に戻ることができるのである。b支点の変位量は未知数であり、弾性方程式の中で定まる。この量は式(7)で算出される各支承の曲げによる変位に、弾性方程式の中で、加算される。

(c) 内部捩りモーメントによる捩り変形

対象の内部捩りモーメントは剪断中心線が直線から外れている為に(b)の荷重によって生じるものであるから、先ずこの分布を算出し、次に内部捩りモーメントに対応した変形量を求める。

(c-1) 内部捩りモーメント

剪断中心に作用する荷重により発生する内部捩りモーメントは図3.1-2.2に示す境界条件により計算する。

(a)と全く同じ条件であり、a端で捩りに対して固定、b端で捩りと変位に

対して全く自由である。図2.2は、図を単純化する為に、図1.8の扉体を表す曲線のy-z平面に対する投影図を表示し、捩りを発生させる外力としてはx方向の仮想不静定力とその支持反力だけを示した。支持反力は図2.1の条件で算出する。断面の剪断中心のz軸からの距離を l_{sx} 及び l_{sy} とし、図3.1-2.3の様に設定する。内部捩りモーメントはz軸周りのモーメントの釣合から次の式で与えられる。

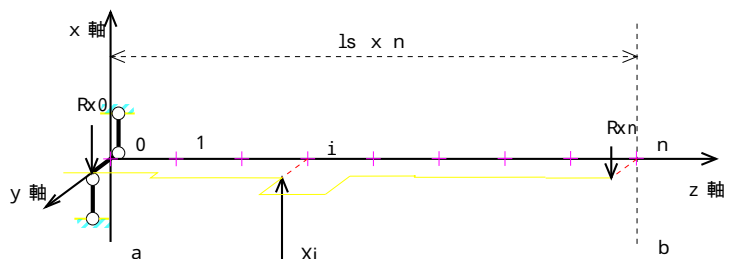


図3.1-2.2

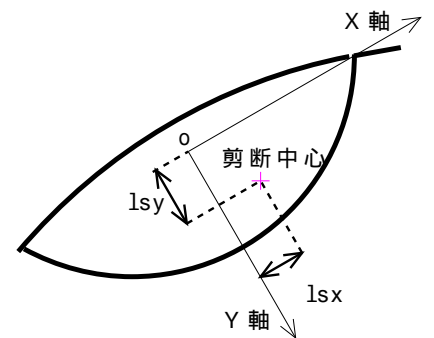


図3.1-2.3

[i 断面の荷重による 0 断面と n 断面の反力]

$$\left. \begin{aligned} R_{x0i} &= X_i \cdot (n-i) \div n \\ R_{y0i} &= Y_i \cdot (n-i) \div n \\ R_{xni} &= X_i \cdot i \div n \\ R_{yni} &= Y_i \cdot i \div n \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

[i 断面の荷重による 0 断面の反力振りモーメント]

$$\left. \begin{aligned} m_{xi} &= X_i l_{syi} - R_{x0i} l_{sy0} - R_{xni} l_{syn} \\ m_{yi} &= Y_i l_{sxi} - R_{y0i} l_{sx0} - R_{yni} l_{sxn} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

[i 断面の荷重による j - 1 ~ j 断面間の内部振りモーメント]

$$\left. \begin{aligned} m_{xij} &= m_{xi} - R_{x0i} (l_{syj} - l_{sy0}) \\ &= X_i l_{syi} - R_{x0i} l_{syj} - R_{xni} l_{syn} && (j \leq i \text{ の範囲}) \\ &= R_{xni} (l_{syj} - l_{syn}) && (j > i \text{ の範囲}) \\ m_{yij} &= m_{yi} - R_{y0i} (l_{sxj} - l_{sx0}) \\ &= Y_i l_{sxi} - R_{y0i} l_{sxj} - R_{yni} l_{sxn} && (j \leq i \text{ の範囲}) \\ &= R_{yni} (l_{sxj} - l_{sxn}) && (j > i \text{ の範囲}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

振りモーメントの分布形状は剪断中心線の形状と荷重点の位置で大きく異なる。図 3 . 1

- 2 4 は 3 種類 の 中心 線 形状 (直線、放物線、3/4sin 曲線) と 3 箇所 の 荷重点 (a 端 側、中央、b 端 側) に対する 分布 形状 を 示した も の である。中央 荷重 の ケース では グラフ の バランス を 良く する 為 に 荷重 は 他 の ケース の 20% に 減じて いる。外力 による z 軸 周り の 振り モーメント は a 端 側 から 見て 時計 方向 を 正 とし、その 時 の a 端 の 反力 モーメント は 負 である。

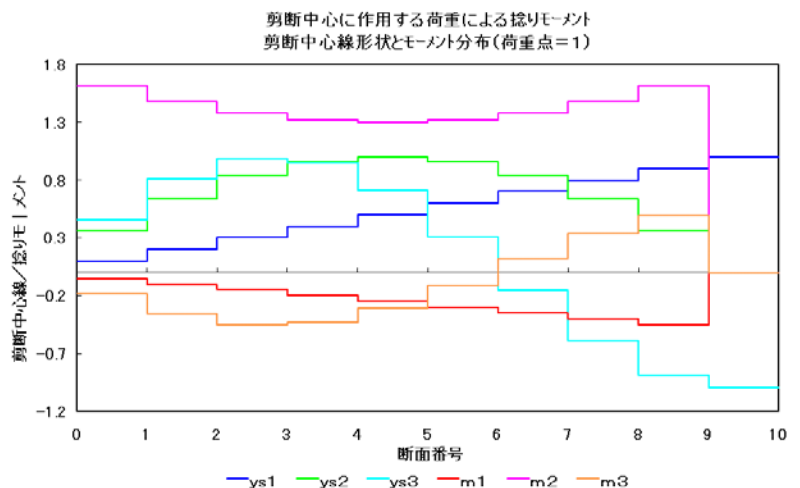


図 3 . 1 - 2 4 (1 / 3)

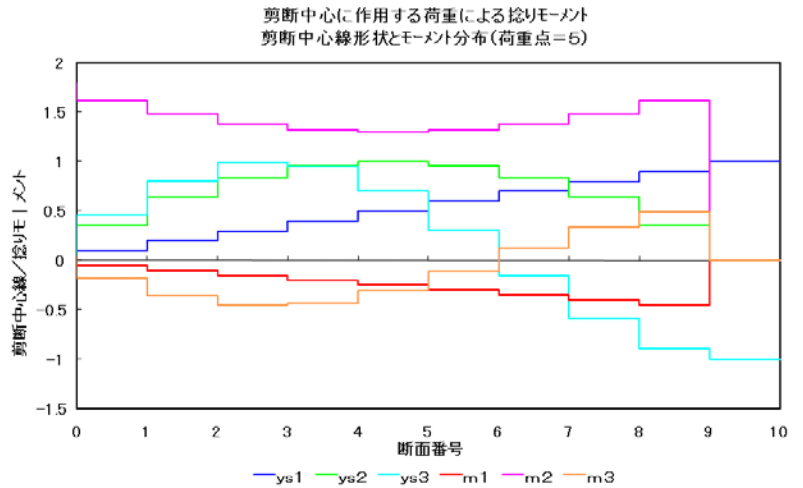


図 3 . 1 - 2 4 (2 / 3)

(c-2) 捻り変形

内部捻りモーメント m_{xij} 及び m_{yij} による捻り変形量は式(5)の m_i をこれらのモーメントに置き換えることにより計算できる。仮想の不静定力 X 及び Y に対する支承位置の x 方向の変位を x 及び y とし、 y 方向の変位を x 及び y とすると、 i 点の荷重による j 点の変位は次の手順で計算する。

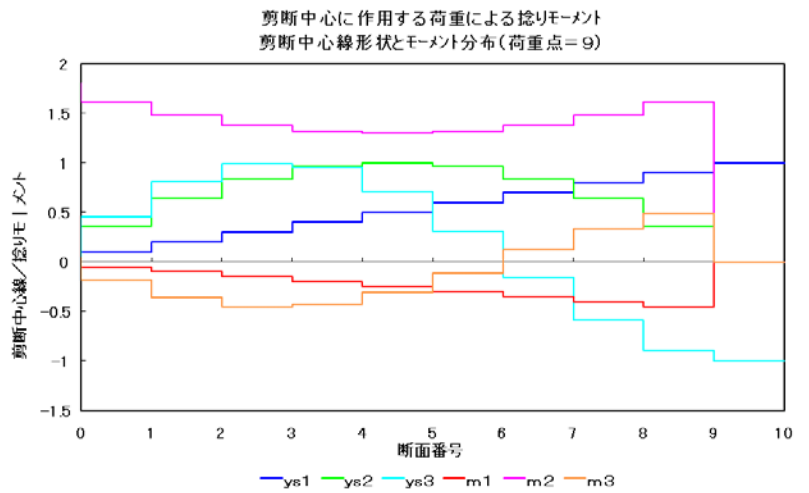


図 3 . 1 - 2 4 (3 / 3)

[i 断面の荷重 X_i 及び Y_i による j 支承点の変位]

$$\left. \begin{aligned}
 x_{ij} &= \sum_{k=1}^j \frac{m_{xik} l_s}{G J_{tk}} l_{pyk} \\
 x_{ij} &= - \sum_{k=1}^j \frac{m_{xik} l_s}{G J_{tk}} l_{pxk} \\
 y_{ij} &= \sum_{k=1}^j \frac{m_{yik} l_s}{G J_{tk}} l_{pyk} \\
 y_{ij} &= - \sum_{k=1}^j \frac{m_{yik} l_s}{G J_{tk}} l_{pxk}
 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

以上では変形量の計算方法を3項目に分けて述べたが、(c)の変形量は(a)の荷重モーメントの置き換えで算出されるので、結局、計算方法は捩り変形と曲げ変形の二種類である。

(4) 弾性方程式

弾性方程式が満たす条件は 各支承変位 = 0、および、 b 端 (剪断中心端) 支持反力 = 0 である。

【 支承点変位 】

各支承点の変位要因は次の様に考えることができる。

- (1) 支承点に作用する不静定反力。
- (2) b 端末変位に起因する剛体変位
- (3) 静定捩りモーメント。

支承点変位 = 0 の条件はマトリックスを用いて式 (12a) で表す。

$$\left[\begin{array}{c} \text{不静定反力変位係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{不静定反力} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{b 端末変位係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{b 移動} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{静定捩りM} \\ \text{支承変位} \end{array} \right] = 0 \dots\dots\dots (12a)$$

この式を変形して式 (12b) が得られる。

$$\left[\begin{array}{c} \text{不静定反力変位係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{不静定反力} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{b 端末変位係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{b 移動} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{静定捩りM} \\ \text{支承変位} \end{array} \right] \dots\dots\dots (12b)$$

【 b 端反力 】

b 端末反力は各支承を含む垂直断面の剪断中心に荷重として作用する仮想の不静定反力の

反力と考えることができるので、この条件をマトリックス形式を用いて式(12c)の様に表す。

$$\left[\begin{array}{c} \text{b 末端反力係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{不} \\ \text{静} \\ \text{定} \\ \text{反} \\ \text{力} \end{array} \right] = \left[0 \right] \quad \dots\dots\dots (12c)$$

この式をnull matricesを用いて変形し、式(12d)が得られる。

$$\left[\begin{array}{c} \text{b 末端反力係数} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{不} \\ \text{静} \\ \text{定} \\ \text{反} \\ \text{力} \end{array} \right] - \left[0 \right] \left[\begin{array}{c} \text{b 移} \\ \text{端} \\ \text{動} \end{array} \right] = \left[0 \right] \quad \dots\dots\dots (12d)$$

式(12b)と式(12d)の左辺を合体して正方形行列と柱状ベクトルの積で表し、右辺も合体して柱状ベクトルで表すことにより、弾性方程式が満たす条件は式(12)の形となる。

(2n+2)x(2n+2) (2n+20)x1 (2n+2)x1 (行列のサイズ)

$$\left(\begin{array}{c} F \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} S \end{array} \right) \quad \dots\dots (12)$$

又は、F = S

行列 F は 2n + 2個の行と列を持つ正方形行列であり、不静定反力による支承点の変位を表す係数、b 支点の変位による各支承点の剛体変位、及び、b 支点の反力条件が入る。ベクトル は 2n + 2個の未知数を要素とする柱状ベクトルである。ベクトル S も 2n + 2の行を持つ柱状ベクトルで、定数項に相当し、静定モーメントによる支承点の変位に - 1 を乗じた値、及び、b 支点の反力条件値が入る。

図 3 . 1 - 2 5 は各行列の中身を詳細に示している。

[行列 F] : 横軸は未知数であり、支承に作用する不静定反力 X_j 、 Y_j 、及び、b 支点の変位 ξ_b 、 η_b の順に $2n+2$ 列が並び、縦軸は支持位置であり、支承の x 方向、y 方向、b 支点の x 方向、y 方向の順に $2n+2$ 行が並んでいる。サブ行列 A ~ D はそれぞれに記述した外力による支承の変位量を (3) の方法で計算し、未知数毎に合計した係数部分であり、それぞれが正方形の対称行列であって、行列 B と C は等しい (対応する要素 {element} の訳) が等しい)。b 支点の ξ_b 及び η_b の列の右下がり斜線部は b 支点の 変位行列 で、b 支点の変位に起因する各支承点の変位を記入する。この値は b 支点の変位が a 支点を中心とした剛体回転によるものであることから定まり、不静定反力による支承点変位に加算される。関係ない要素は 0 と置かれる。b 支点行の左下がり斜線部は b 支点の変位を決めるのに必要な反力条件 (反力行列) である。b 支点は自由に変位できるが、その反力は荷重との釣合条件を満たしていなければならない。a 及び b 支点は力学的には単純支持であるから、支点迄の距離の逆比で b 支点到に分配されるので、要素の値は簡単に定まる。関係ない要素は 0 と置かれる。荷重は剪断中心に作用する不静定力 X_j 及び Y_j である。 X_j 及び Y_j は先に支承に作用する不静定反力と定義したが、反力行列に関する限り、この様に解釈する必要がある。荷重に分配率を乗じて合計した値は 0 になる。これが先に述べた b 支持点の

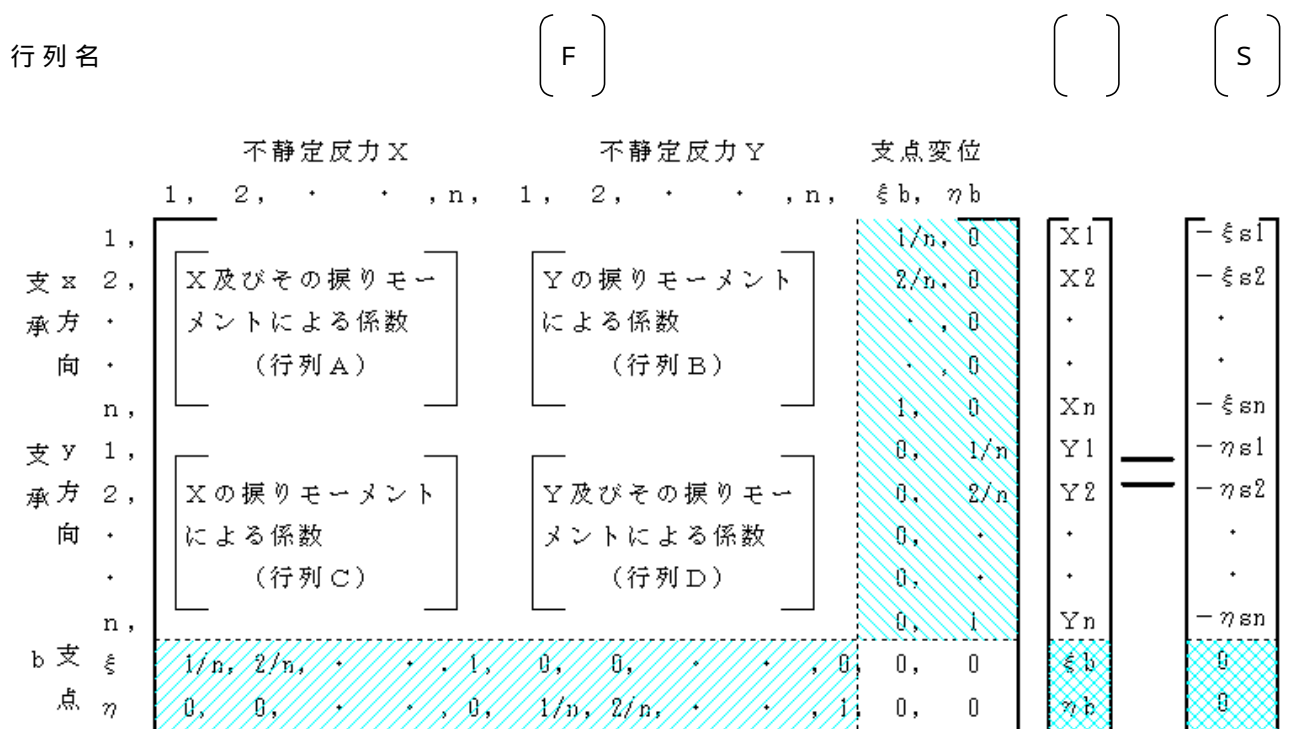


図 3 . 1 - 2 5

反力条件値である。反力行列は変位行列の転置行列 (transposed matrices の直訳) であり、

二つの行列は対称位置にある。変位行列及び反力行列から取り残された右下の4個の要素は0と置かれる。以上の説明で明かな様に、行列Fは、この種の構造解析で通常見られる様に、全体としても対称行列である。

[ベクトル] : 未知数が縦に並ぶが、網掛掛け部分にはb支点の変位、その他の部分は不静定反力が入る。

[ベクトル S] : 網掛け部分にb支持点の反力条件値が入り、他の部分は静定捩りモーメントに対して(3)の(a)の方法で計算した支承点変位量 $\times (-1)$ が入る。

式(12)の解は次の式で与えられる。 F^{-1} は行列Fの逆行列である。 を算出するのに必要な行列の演算はコンピュータを利用することにより簡単に実行できる。

$$= F^{-1} S \quad \dots\dots (13)$$

以上の理論では扉体は片側支持、即ち、捩りに対してa端のみが拘束されていて、b端は自由の状態に置かれている場合を対象としていたが、両端支持、即ち、b端も捩りに対して拘束されている場合は、(2)の式(1)で示した静定捩りモーメントの合計値である M_0 の半分が荷重捩りモーメントとしてb端 (= n断面) に作用すると考えることにより、これ迄の理論がそのまま適用できる。変わるのは行列式Sの中身だけである。特に扉体断面が全巾にわたり一様である場合の両端支持の不静定反力は片側支持の値と一致する。n断面に作用する静定捩りモーメントを比較すると次の様になる。他の断面に作用する静定

$$\text{片側支持に対して} \quad m_{s_n} = m_s \div 2 \quad \dots\dots (14)$$

$$\text{両端支持に対して} \quad m_{s_n} = m_s \div 2 - M_0 \div 2 \quad \dots\dots (15)$$

捩りモーメントは両ケースとも同一であるから、両端支持に対する式(13)は次の様に表現できる。 S_b はSの支承変位の要素をb端に作用する反力捩りモーメントによる変位に置

$$= F^{-1} (S - S_b) = F^{-1} S - F^{-1} S_b \quad \dots\dots (16)$$

き換えた行列である。この式の右辺第一項は片側支持系の解であり、第二項はb端に反力

振りモーメントだけが作用する系の解である。扉体断面が一様である場合は、第二項の系の支承点変位は直線状となり、扉体には曲げ変形が生じ得ないので、不静定反力は全て0となる。従って、両端支持の場合の不静定反力は片側支持の値に等しくなる。b 支点の変位が0に戻ることもこの結果を利用して確かめることができる。

(5) 解析例

弾性方程式で得られた不静定反力を次の式に代入して、内力及び変形を算出し、内力の値を 3 . 1 . 3 . 1 項で示した算式に代入して、応力分布が得られる。

[0 断面の不静定反力]

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= - \sum_{k=1}^n X_k \\ Y_0 &= - \sum_{k=1}^n Y_k \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

[j 断面の支承反力]

$$\left. \begin{aligned} R_{xj} &= w_x c + X_j \\ R_{yj} &= w_y c + Y_j \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

但し、c は j = 0 及び n で 0.5、他は 1。添え字の x 及び y は力の方向を表す。

[j 断面の剪断力]

$$\left. \begin{aligned} Q_{xj} &= \sum_{k=0}^{j-1} X_k \\ Q_{yj} &= \sum_{k=0}^{j-1} Y_k \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

但し、添え字の x 及び y は荷重の方向を表す。

[j 断面の曲げモーメント]

$$\left. \begin{aligned} M_{yj} &= l_s \sum_{k=1}^j Q_{xk} \\ M_{xj} &= l_s \sum_{k=1}^j Q_{yk} \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

但し、 M_y 、 M_x は y 及び x 軸周りのモーメントを表す。

[j 断面の内部捩りモーメント]

$$T_j = \sum_{k=j}^n m_{s k} + Q_{x j} l_{p y j} + Q_{y j} l_{p x j} \quad \dots\dots (21)$$

[j 断面の捩り角度]

$$\theta_j = \frac{\sum_{k=1}^j T_k l_{s k}}{G J_{t j}} \quad \dots\dots (22)$$

以下に弾性方程式により解かれた 5 種類の典型的な解析例を示す。

[解析例 1]

魚腹型断面を持ち片側で支持される一般的な例である。扉体構造は一様である。この例は後で曲げ捩り理論との比較を行う。図 3 . 1 - 2 6 は扉体が据え付けられた状態での断面を示す。計算条件は以下の通りである。

A . 基本データ

扉高 : $H_g = 6400 \text{ mm}$

扉巾 : $L_g = 25000 \text{ mm}$

断面 : $H_k = 6000 \text{ mm}$

$r_o = 3480 \text{ mm}$

$r_i = 9000 \text{ mm}$

$t_o = 20 \text{ mm}$

$t_i = 20 \text{ mm}$

傾斜角度 : $= 15^\circ$

支承位置 : $L_{p y} = 391 \text{ mm}$

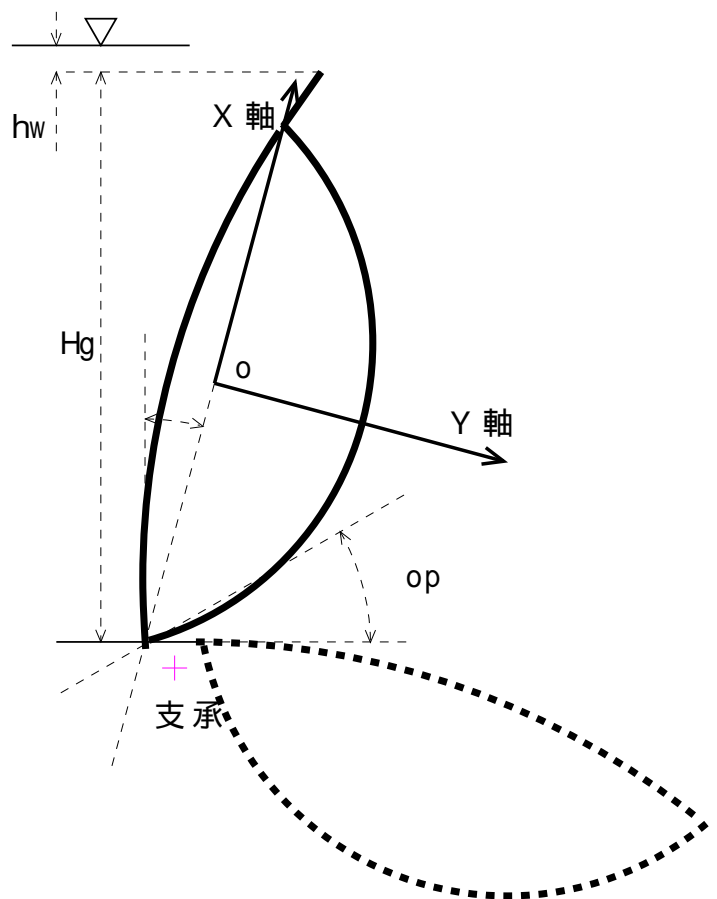


図 3 . 1 - 2 6

$L_{px} = 3206 \text{ mm}$

支承区画 : $n = 8$
 越流水深 : $h_w = 300 \text{ mm}$
 計算角度 : $c = 30^\circ$
 ヤング係数 : $E = 21000 \text{ kgf/mm}^2$
 ポアソン比 : $\nu = 0.3$
 剪断弾性 : $G = 8077 \text{ kgf/mm}^2$

B. 断面データ

部材面積 : $J_o = 267017 \text{ mm}^2$
 断面積 : $A_s = 9366848 \text{ mm}^2$
 重心 : $x_g = 0 \text{ mm}$
 $y_g = 451 \text{ mm}$
 断面係数 : $I_y = 8.81 \times 10^{11} \text{ mm}^4$
 $I_x = 1.84 \times 10^{11} \text{ mm}^4$
 曲げ剪断 : $C_x = 14097265 \text{ mm}^3$
 $C_y = -48565429 \text{ mm}^3$
 剪断中心 : $x_s = 0 \text{ mm}$
 $y_s = 204 \text{ mm}$
 単純捩り : $J_t = 5.26 \times 10^{11} \text{ mm}^4$

C. 荷重 : $w_y = 118749 \text{ Kg/n}$
 $w_x = 8188 \text{ Kg/n}$
 $m_s = 3.08 \times 10^8 \text{ Kg} \cdot \text{mm/n}$

記号は図2.6に示したものの他は図1.2のものを用いている。この断面の曲げ剪断流は図1.4に示されている。図3.1-27~3.1-29が解析結果である。x軸が扉体の

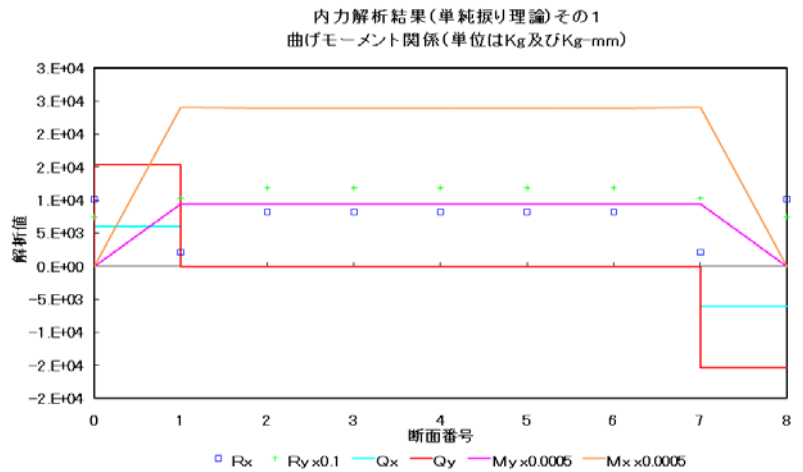


図 3 . 1 - 2 7

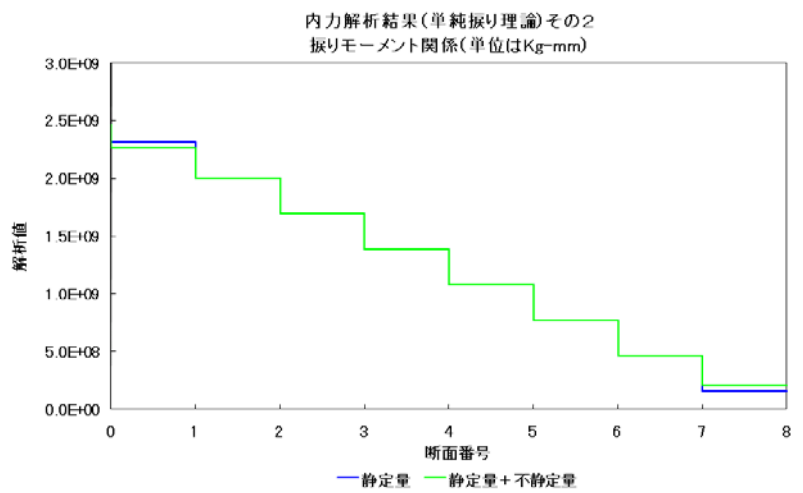


図 3 . 1 - 2 8

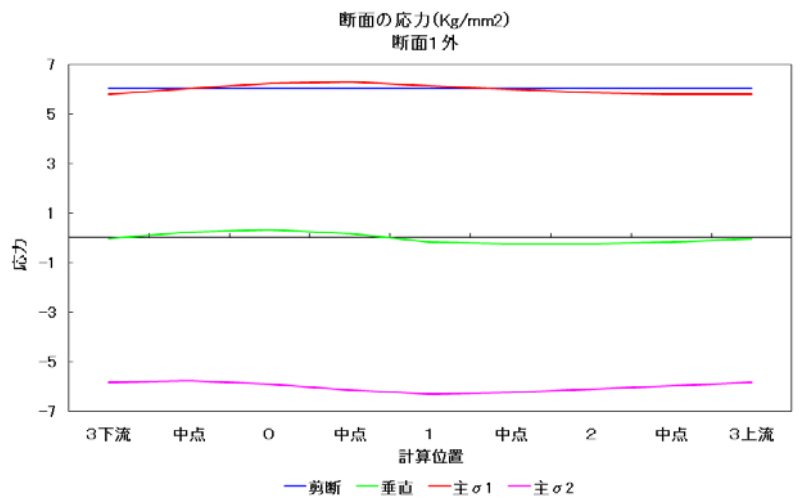


図 3 . 1 - 2 9

高さ方向、y軸がそれと直角方向に設定されている。記号は3.1.3項の他の箇所と共通に用いている。図27及び28が内力を示し、27が支承反力、剪断力、曲げモーメント、28が内部捩りモーメントを表す。内部捩りモーメントは静定捩りモーメントから算出した値とこれに不静定捩りモーメントを加算した値を示している。正の方向は計算式の説明で定義した方向と一致している。横軸は断面の番号を表し、縦軸は解析結果を表すが、グラフに表示されている値は解析値にグラフ上に示した率を乗じた結果である。単位は表示の通りである。扉体構造が一般的な場合は不静定反力の値が非常に小さく、従って、剪断力及び曲げモーメントは小さく、内部捩りモーメントは静定捩りモーメントに沿っていて、扉体巾方向にほぼ直線的に減少する。図29～31が断面応力分布を示している。29及び30が断面の剪断応力、垂直応力、及び、主応力、31が捩りによる剪断応力、及び、曲げによる曲げ応力、剪断応力を示していて、29と31が断面1（端）、30が断面4（中央）を

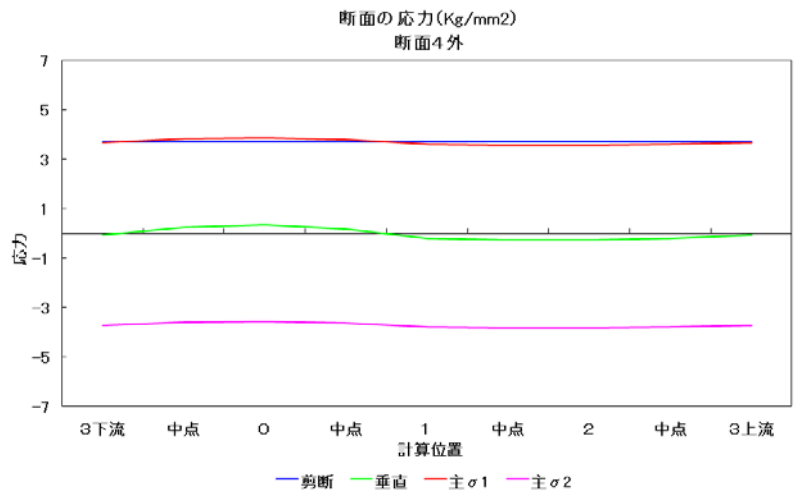


図3.1-30

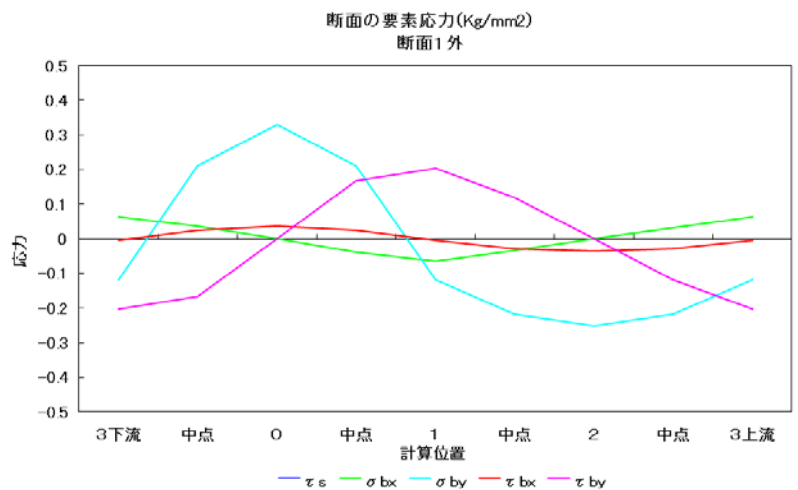


図3.1-31

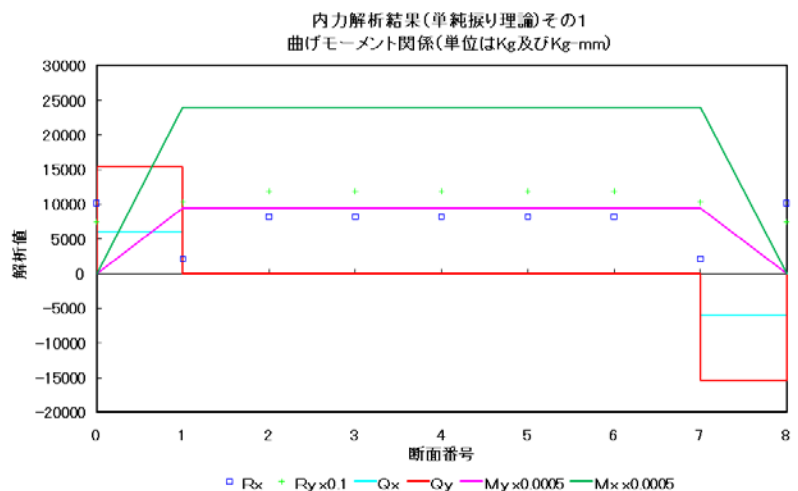


図3.1-32

示している。横軸は断面上の位置で、表示の番号は図 3 . 1 - 1 2 に示した番号と一致し、中点は番号位置の中間点である。両断面とも捩り剪断応力が支配的であり、全段面がほぼ一様な純剪断状態にある。図 3 1 では捩り剪断応力以外の応力をズームアップして示したので、捩り剪断応力は枠外にはみ出して見えない。

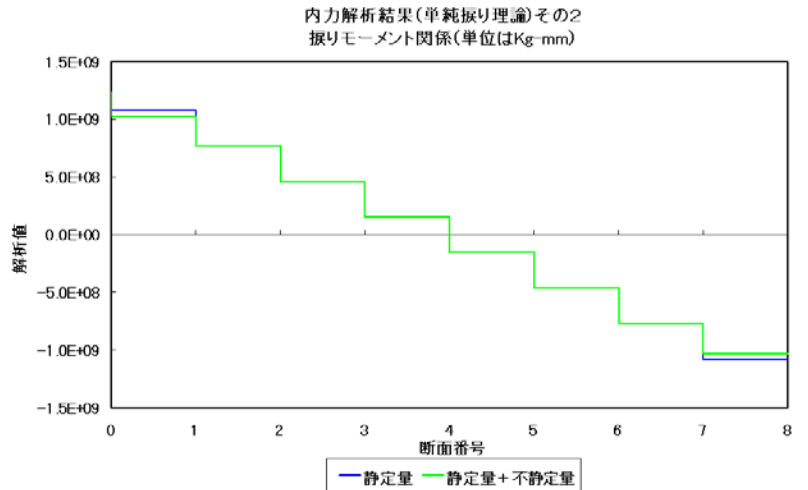


図 3 . 1 - 3 3

[解析例 2]

両端支持と片側支持の差を示す為の事例であり、解析モデルは解析例 1 と全く同じである。図 3 . 1 - 3 2 及び 3 3 が内力の解析結果を示す。図 3 2 は支承反力、剪断力、及び、曲げモーメントを示すが、断面が一様であるので支承の不静定反力は例 1 と厳密に一致し、従って、グラフは図 3 . 1 - 2 7 と一致している。図 3 3 は内部捩りモーメントであるが、これも同じ理由で、図 3 . 1 - 2 8 を上方へ $M_0 \div 2$ だけ移動した形である。

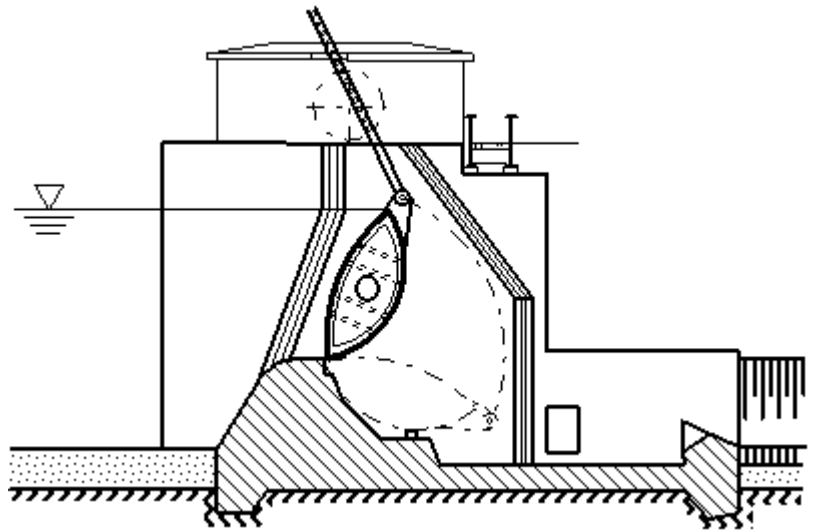


図 3 . 1 - 3 4

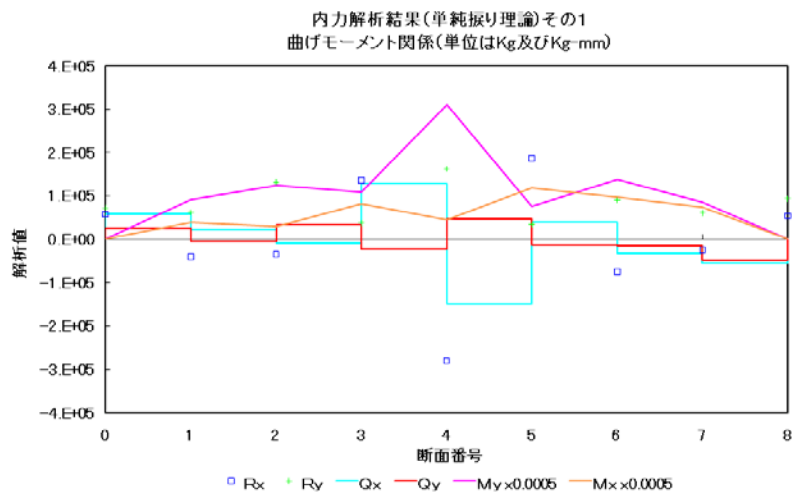


図 3 . 1 - 3 5

[解析例 3]

扉体断面の部材寸法が一様でない場合に内力にどのような変化

が生じるかを示す為の事例であり、始めに示した参考文献¹¹から引用したものである。図3.1-34は扉体が据え付けられた状態の断面を示す。径間は50mであるが、中央が分割されているので、力学的には径間25mの片側支持と同一であり、この巾が支承により8等分されている。部材寸法は0~2断面が一番大きく、2~4断面、4~8断面の単位で減少している。事例1は本事例と比較できる様に全体寸法及び支承等分数を一致させ、断面形状もだいたい同一とした。図3.1-35及び36が内力の解析結果を示す。本論文に示す事例の内力方向は総てこの図に一致させた。図35は支承反力、剪断力、及び曲げ応力を示す。表示の為に解析結果に乗じた率の一部及び縦軸の単位が図27と異なるが、断面が変化することにより断面力が桁違いに増加すると共に扉体巾方向の分布に乱れが生じることを示している。これは支承に作用する不静定反力の著しい増加によるものである。筆者も同じ傾向の解析結果を多くの設計事例

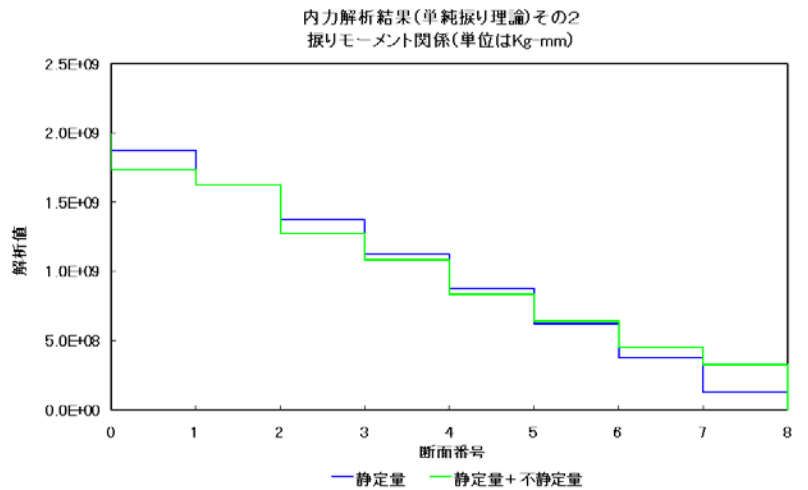


図3.1-36

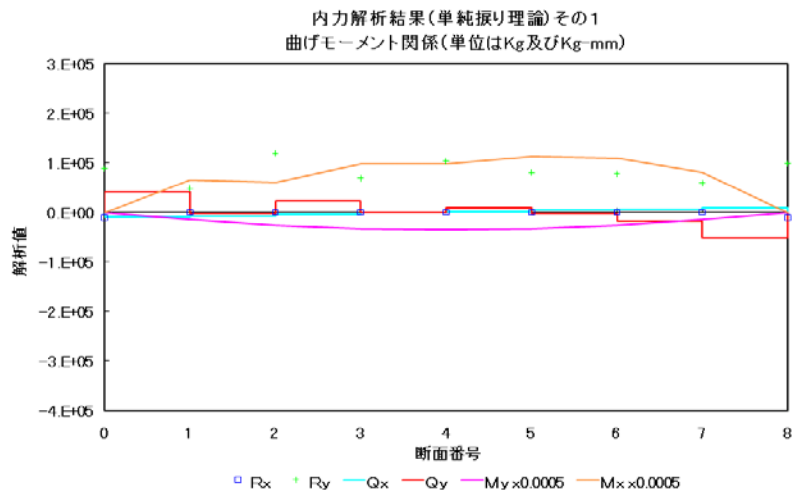


図3.1-37

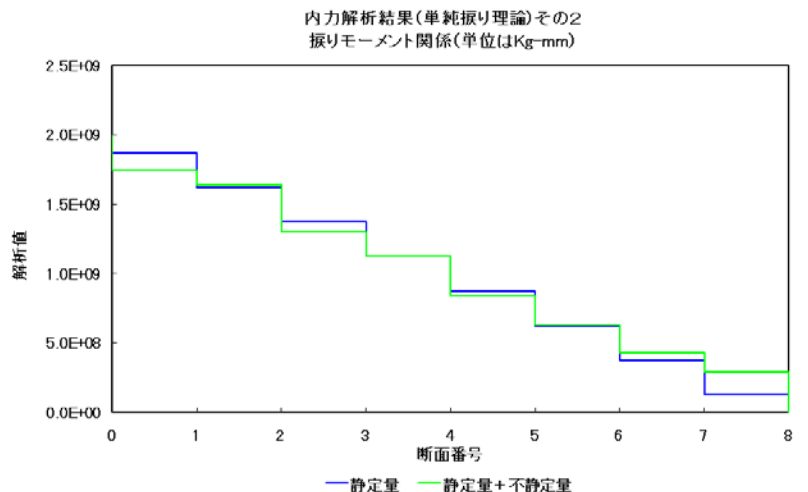


図3.1-38

¹¹文献(12)

で経験している。図 3 6 は内部捩りモーメントである。不静定反力と図 3 5 が示す内力の著しい変化に関わらず、内部捩りモーメントに大きな乱れは無く、全体的傾向は図 2 8 に対して大きな変化は生じていない。

[解析例 4]

この事例は 3 . 1 . 2 の (2) で述べた大きな値を持つ I_y の影響を緩和する二つの方法の一つを示すのが目的であり、例 3 の支承の x 方向の支持を外した場合である (同じ文献より引用) 。即ち、両端を除いた支承は x 軸方向に自由に変位できる。図 3 . 1 - 3 7 及び 3 8 が解析結果を示す。図 3 7 は支承反力、剪断力、及び、曲げモーメントを示している。例 3 では不静定反力 X_j が大きな値となり、図 3 5 の曲げモーメント M_y が大きな値を示していたが、これは I_y の大きな値に起因する現象であって、図 3 7 ではその影響が大幅に緩和され、 M_y は著しく減少している。支承点に於いて x 方向に不静定反力が発生しないので曲率変化が緩和されたことが要因であるが、同時に図 1 6 に示した静定反力 $w_{x'}$ も発生しえないので、偶力の相手である w_x による曲げモーメントが新たに発生する。しかしこの方向の荷重は大きくないのが通常であり、結果的に M_y が緩和されるのである。 w_x の偶力が消えたが、荷重の作用点が剪断中心から外れており、又、剪断中心線が直線ではないことから、新たな捩りモーメントが発生するので、図 2 5 に示すベクトル S の算出ではこれ等を考慮する必要があるが、大勢に影響は与えない。尚、図 2 5 の行列式では x 方向に関する行と列は総て削除される。図 3 8 は内部捩りモーメントを示す。図 3 6 と同様に大きな変化は無い。

[解析例 5]

この事例の目的は例 4 で述べた I_y の影響を緩和するもう一つの方法を示すことにある。又、曲げ捩り理論との比較にも用いられる。断面形状は箱型であり、片側で支持される。扉体構造は一様である。図 3 . 1 - 3 9 は扉体が据え付けられた状態での断面を示す。座標は x 軸が扉体の高さ方向、y 軸がそれと直角方向に設定されている。x 軸は剪断中心と一致していて、支承は x 軸上にある。この状態では扉体が支承を中心に回転しても剪断中心は x 方向に変位することはない。

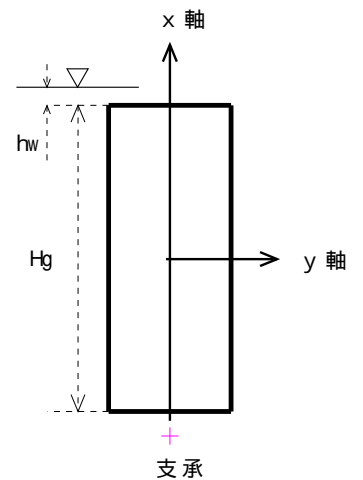


図 3 . 1 - 3 9

計算条件は以下の通りである。

A . 基本データ

扉高 : $H_g = 27500$ mm

扉巾 : $L_g = 100000$ mm

断面 : $L_f = 5000$ mm

$L_w = 13750$ mm

$t_{f1} = 34$ mm

$t_{w1} = 34$ mm

$t_{f2} = 34$ mm

$t_{w2} = 34$ mm

傾斜角度 : = 0°

支承位置 : $L_{py} = 0$ mm

$L_{px} = 15750$ mm

支承区画 : $n = 8$

越流水深 : $h_w = 0$ mm

計算角度 : $c = 90^\circ$

ヤング係数 : $E = 21000$ kgf/mm

2

ポアソン比 : = 0.3

剪断弾性 : $G = 8077$ kgf/mm²

B . 断面データ

部材面積 : $J_o = 2550000$ mm²

断面積 : $A_s = 275000000$ mm²

重心 : $x_g = 0$ mm

$y_g = 0$ mm

断面係数 : $I_y = 5.24E+13$ mm⁴

$I_x = 2.46E+14$ mm⁴

曲げ剪断 : $c_x = -2.34E+09$ mm³

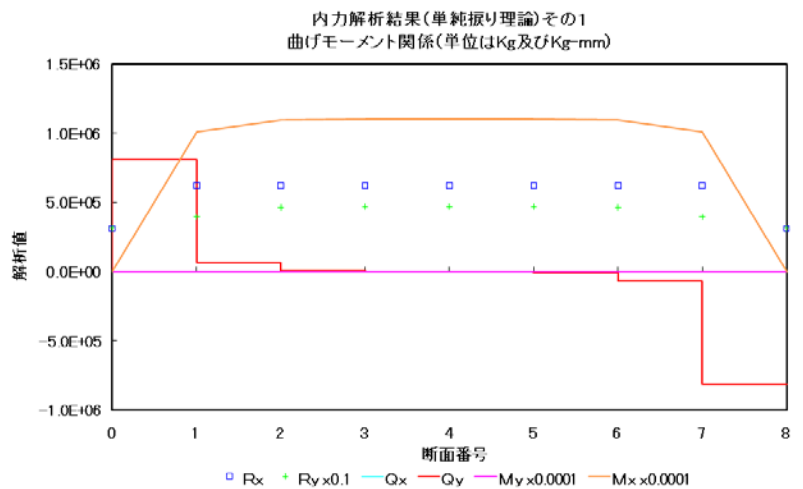


図 3 . 1 - 4 0

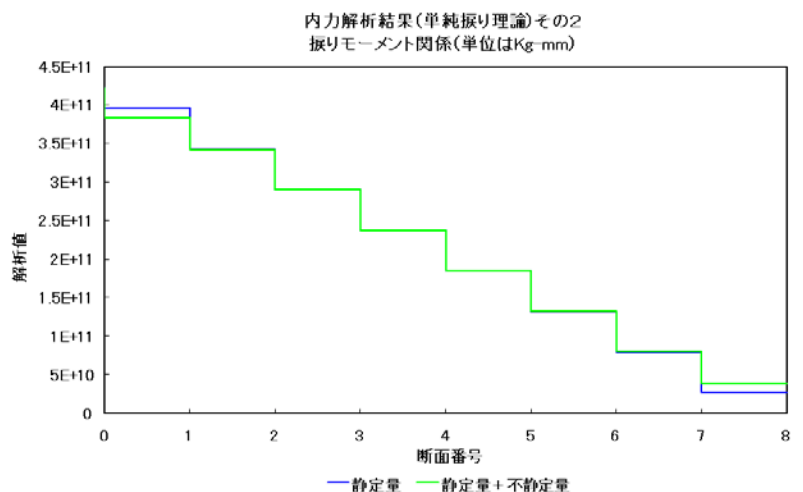


図 3 . 1 - 4 1

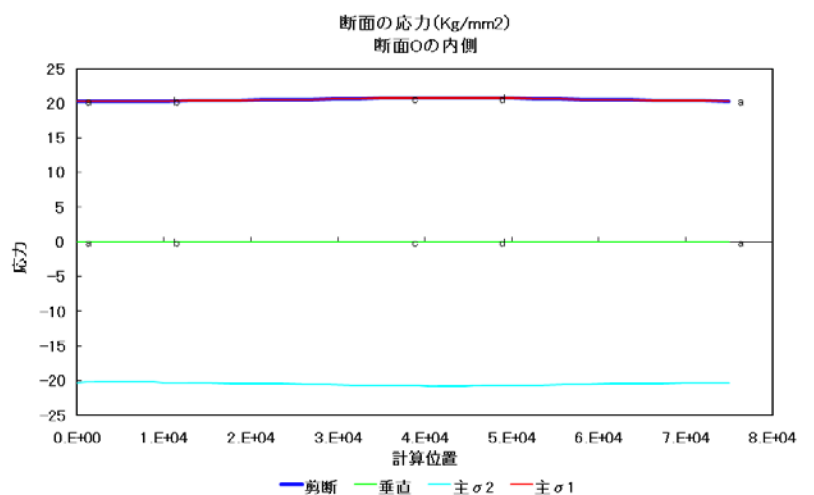


図 3 . 1 - 4 2

$$c_y = 2.34E+09 \text{ mm}^3$$

$$\text{剪断中心} : x_s = 0 \text{ mm}$$

$$y_s = 0 \text{ mm}$$

$$\text{単純捩り} : J_t = 1.37E+14 \text{ mm}^4$$

$$C. \text{荷重} : w_y = 4726563 \text{ Kg/n}$$

$$w_x = 625547 \text{ Kg/n}$$

$$m_s = 5.28E+10 \text{ Kg} \cdot \text{mm/n}$$

記号は図 3 9 に示したものの他は図 1 2 及び 1 3 のものを用いている。図 1 3 では y 軸が扉体の高さ方向、x 軸がそれと直角方向に設定されている。計算条件は断面データが図 1 3 の座標系、その他が図 3 9 の座標系で示されている。この断面の曲げ剪断流が図 1 5 に示されている。図 3 . 1 - 4 0 ~ 4 4 が解析結果である。図 4 0 及び 4 1 が内力を示し、4 0 が支承

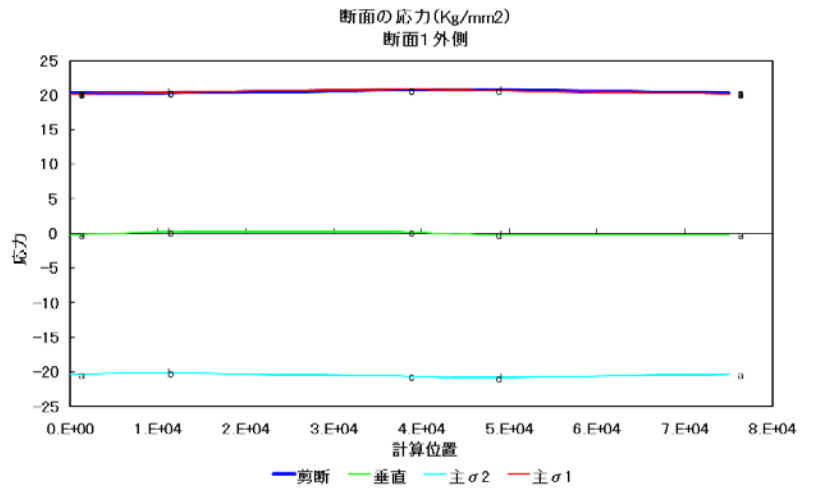


図 3 . 1 - 4 3

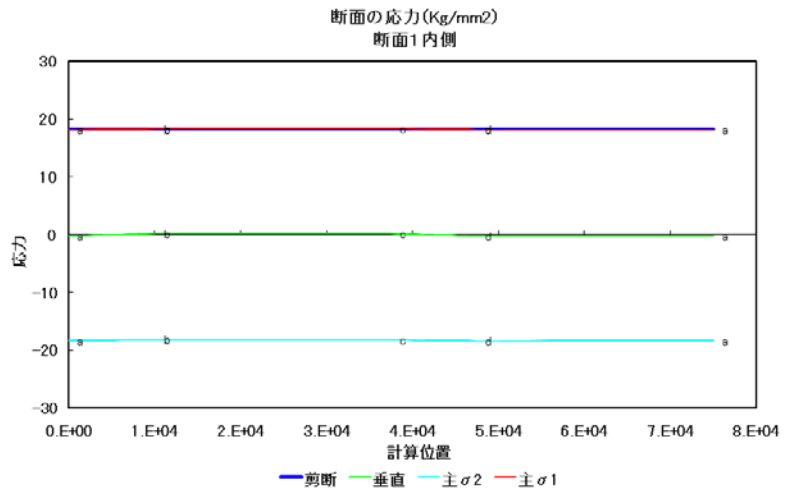


図 3 . 1 - 4 4

反力、剪断力、曲げモーメント、4 1 が内部捩りモーメントを表す。内力の表示は図 3 9 の座標系によっており、正の方向は計算式の説明で定義した方向と一致している。図 4 0 の Q_x 及び M_y は 0 であって、大きな値である I_x の影響は完全に排除されている。剪断中心及び支承点が x 軸上にあるからであり、この状態では図 2 5 に示す行列 B 及び C の全ての要素及びベクトル S の x 方向の変位を示す要素が総て 0 となり、従って、不静定反力 X_j は総て 0 となるから Q_x 及び M_y 発生し得ないのである。扉体断面が例 3 や 4 の様に非対象で一様でない場合は総ての剪断中心を x 軸上におくことができないが、できるだけこの状態に近づけることにより、 I_x の影響を軽減することができる。図 4 2 ~ 4 4 が断面の剪断応力、垂直応力、及び、主応力の分布を示している。4 2 が断面 0、4 3 が断面 1 の外側（扉巾中心の反対側）、4 4 が断面 1 の内側（扉巾中心側）を示している。応力の表示は図 1 3 の座標系が適用されている。横軸は断面上に沿ったガウス長である。グラフ上

に示したアルファベットは図3.1-13に示した断面上のアルファベットと一致している。応力値が非常に大きな値を示しているが、これは荷重条件が実際に有り得る状態に対して過酷であることによるものである。

(6) 模型実験

図3.1-45から47は解析方法を検証する為に行った大型模型による工場試験の結果である。試験内容は添付資料3.1-6に示した。一様な魚腹型断面を持った巾17.000m x 扉高1,000mの片側支持模型であり、静定捩りモーメントが等しくなる様に負荷した。最大荷重に対する実測値と解析値を合わせて示した。図45は主応力の横断面分布を示す。

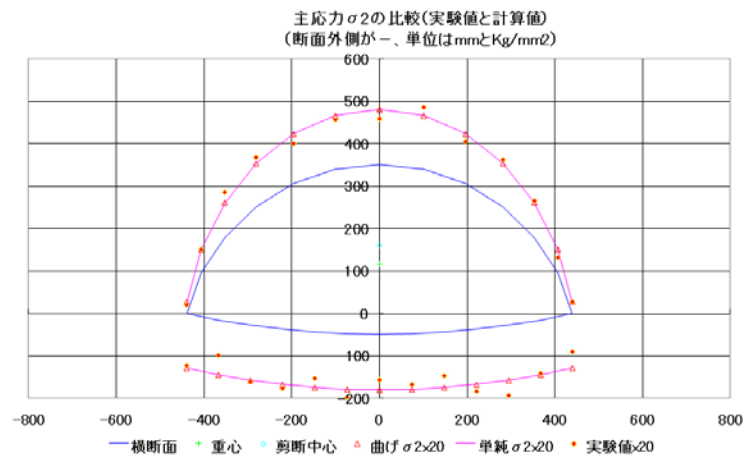


図3.1-45

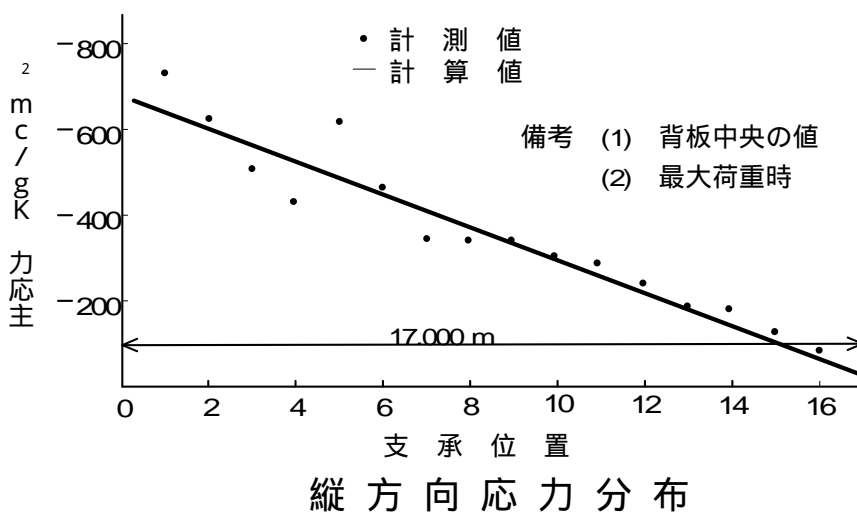


図3.1-46

計測位置は0~1断面の間である。解析結果は後述べる曲げ捩り理論の解析結果(曲げ2)と単純捩り理論による結果(単純2)の両方が示されている。断面の形状及び重心と剪断中心(mm)も示したが、応力値と共通の軸で表示する都合上、応力値の方に20を

乗じた。曲げ捩り理論と単純捩り理論の結果に大きな差がないが、これはたまたまこの様

な結果になったもので、詳細は曲げ捩り理論の項で論じる。図4.6は主応力の縦方向の分布を示す。計測位置は扉板中央（12の位置）である。図4.7は扉板上縁に沿った変位量を示す。実験値には若干のばらつきがあるが、全体的に解析値は実験値の傾向を良く表している。

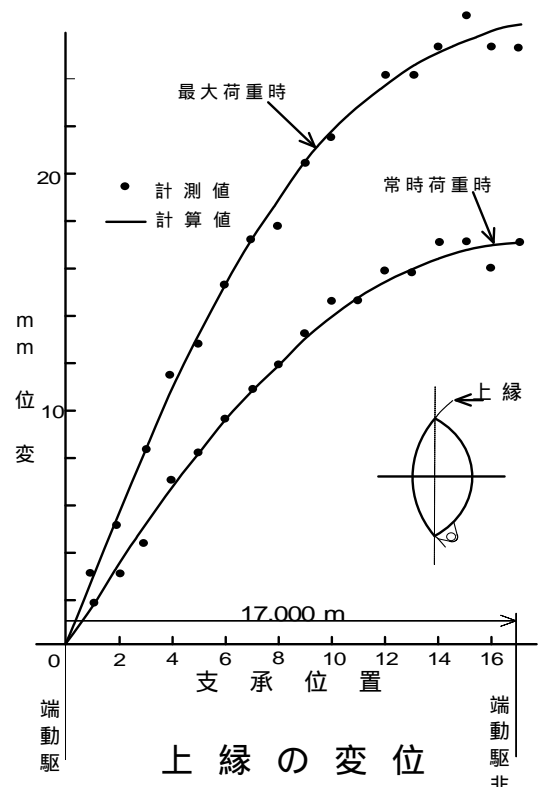


図3.1-47

(7) 支承移動の影響

弾性方程式の応用例の一つとして、捩り構造ゲートを図3.1-7に示した様な親子ゲートの子ゲートとして用いた場合の開閉荷重の解析方法につき論じる。親子ゲートにおいては親ゲートの撓み変形により子ゲートの回転支承の芯が移動するので、これが子ゲートの開閉機能にどの様に影響するかを予測することが開発途上で極めて重要な問題であった。しかし、芯の移動が開閉荷重に与える影響は弾性方程式を用いて予測することが可能であり、又、通常のケースでは影響の度合いは大きくないことが判った。但し、扉体の応力が局部的に著しく高くなる傾向があるので、それなりの対応が必要であることも判った。扉体を支承周りに回転させて開閉する時の荷重は扉体に作用する水圧力、土圧、重力、ゴム摩擦力、及び、支承軸の摩擦力による捩りモーメントであるが、支承中心がずれたことによる開閉荷重の変化量はこれ等による捩りモーメントと分離して取り扱っても大きな誤差はない。を開閉操作による回転角度と考える。 $\theta = 0$ に於ける扉体内の歪エネルギーを U_0 とし、 $\theta = \theta_0$ の時の歪エネルギーを U 、摩擦によるモーメントを M_f 、支承中心のずれに起因する開閉モーメントの変化量を M_d とすると、エネルギー保存の法則により次の関係が成立する。

$$\int_0^d M_d d + U_0 = \int_0^d M_f d + U \quad \dots\dots (23)$$

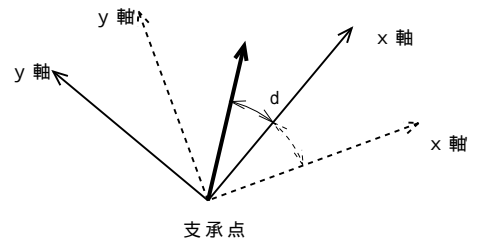
この式を d で微分することにより、 M_e を与える次の式が得られる。

$$M_d = M_f + \frac{dU}{d} \quad \dots\dots (24)$$

支承中心が移動することにより式(24)の右辺がどのように変化するかを求める。親ゲートの剛性は子ゲートに比較して極めて大きいのが通常であるから、開閉操作による子ゲートの変形が親ゲートの変形に与える影響は無視できるものと仮定する。全閉状態に於ける親ゲートの変形パターンは荷重の大きさにより影響は受けないと考えられるので、代表点の変位量 u_x により、全体の変形量を表すことができる。代表点が x 方向及び y 方向に単位量だけ変位した時に扉体内に蓄えられる全歪エネルギーをそれぞれ u_x 、 u_y とすると、 u_x だけ変位した時の歪エネルギーは次の式で表せる。 x 及び y 軸、及び、 d の方向は下図の

$$U = u_x (\cos^2(d + \theta)) + u_y (\sin^2(d + \theta)) \quad \dots\dots (25)$$

但し、 d は $\theta = 0$ の時の x 軸と d の成す角度 (左図参照)



様に設定する。この式を d で微分すると式(24)右辺の第二項の算式が得られる。この式が

$$\frac{dU}{d} = (u_x - u_y) \sin 2(d + \theta) \quad \dots\dots (26)$$

ら $u_x = u_y$ である時には歪エネルギーは一定となり、操作荷重への直接の影響が無くなる事が判る。 u_x 及び u_y を弾性方程式の結果と結びつける為にはこの中の成分を弾性方程式の成り立ちに合わせて細分化する必要がある。まず、扉体の曲げによる部分と捩りによ

る部分に分け、それぞれに b 及び t の添え字を付けて次の式の様に表示。次に曲げによる

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_{xb} + u_{xt} \\ u_y &= u_{yb} + u_{yt} \end{aligned} \right\} \dots\dots (27)$$

部分を不静定反力 X に起因する部分と Y に起因する部分に分けて、添え字で区別し、次の様に表現する。

$$\left. \begin{aligned} u_{xb} &= u_{xbX} + u_{xbY} \\ u_{yb} &= u_{ybX} + u_{ybY} \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

曲げ及び捻りによる歪エネルギー u_b 及び u_t は弾性方程式の解から得られる曲げモーメント M_b 及び内部捻りモーメント T と次の関係で結び付けられる。 M_b 及び T が代表点を x 及

$$\left. \begin{aligned} u_b &= - \frac{1}{2} \frac{M_b^2}{E I} dz \\ u_t &= - \frac{1}{2} \frac{T^2}{G J_t} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots (29)$$

び y 方向に単位量変化した時の値であれば、それから式 (27) 及び (28) の値が計算できて、式 (26) の値が定まる。 x 及び y 軸の方向は子ゲートの主軸の方向と一致させる必要がある。弾性方程式は静定捻りモーメントが存在しないので、図 25 のベクトル S では、代表となる支承には x 、又は、 y 方向の単位変位量を与えられ、他の支承には親ゲートの変形パターンに従った値が入る。式 (24) 右辺の第一項の M_f は支承反力による軸摩擦荷重であるが、第二項と同様にして、次の様にして値が定まる。代表点の x 及び y 方向の単位変位に対する支承軸の摩擦荷重を w_{xp} 及び w_{yp} とすると、 M_f は次の式で与えられる。 r_p は軸の半径、

$$M_f = r_p c_{pf} (w_{xp} \cos(\delta + \theta) + w_{yp} \sin(\delta + \theta)) \dots\dots (30)$$

c_{pf} は摩擦係数である。 w_p は弾性方程式の解である不静定反力 X 及び Y から次の式で近

似的に算出することができる。

$$W_p = (W_{px}^2 + W_{py}^2)^{1/2} \quad \dots\dots (3)$$

1)

$$\text{但し、 } W_{px} = \sum_{k=0}^n X_k \cdot$$

$$W_{py} = \sum_{k=0}^n Y_k \cdot$$

以上の様に、支承が x 方向、及び、y 方向に単位量だけ移動した時の u_x 、 u_y 、 w_{px} 、及び、 w_{py} を弾性方程式を利用して計算しておくこと、式(26)及び(30)から、任意の方向の
 に対して、全開度の開閉荷重を捩りモーメントの形で算出することができる。x-y 軸は
 断面の主軸方向と一致している必要がある。

[計算例と実測結果]

図 3 . 1 - 7 の親子ゲートについての計算条件と計算結果を示す。寸法単位は m であ

親ゲート		子ゲート		計算結果 (最大値)	
扉巾	40.000	扉巾	40.000	dU / d	0.1 t - m
扉高	2.400	扉高	1.100	M _f	0.007 t - m
設計水深	3.500	支承間隔数	13	支承反力	0.5 t
操作水深	上流	3.400	支承間隔	3.333	
	下流	1.800	支承数	14	
堆砂高さ	1.500	設計水深	1.000		
揚程	10.500	起立角度	45°		
巻上げ機	2M2D	許容撓度	1/800		
許容撓度	水平	1/800	扉体分割	無し	
	垂直	1/600	駆動方式	両端駆	
操作条件 (1)子ゲート全開で親ゲートを操作 (2)親ゲート全閉で子ゲートを操作					

表 3 . 1 - 2

る。 dU/d は子ゲートの倒伏を妨げる方向に作用するが、大きさは自重による転倒モーメントの約 1%、全倒伏モーメントの 0.5% 程度であり、 M_f は開閉荷重を増加させる方向に作用するものの、止水ゴムによる摩擦モーメントの 0.5% 程度であり、開閉荷重の変化量はこの例では実用上無視できる程度である。この結果を検証する為に、(6) で述べた大型模型を用いて開閉試験を行った。試験内容は添付資料 3.1-6 に示した。支承が直線状に並んだ状態と移動した状態における開閉荷重を計測したが、両者には有意義な差は認められなかった。計算対象の親子ゲートの設計仕様と大きさは一般的なものであると思われるので、支承変位による開閉荷重の変化は無視できる程度であると結論できる。しかし、支承反力は、増加率が約 10% であって、扉体の設計においては無視できない。

3.1.3.3 立体骨組み理論による解析例

コンピュータと計算ソフトの急激な発達により、構造計算において立体骨組み構造の解析プログラムが普通に使用できる時代になり、捩り構造物の解析方法としての選択枝が一つ増えた。前項で述べた弾性方程式による解法で明かな様に捩り構造ゲートは、 x 方向の面内変位と共にその直角方向に面外変位が生じる構造物であるから、立体骨組み構造と見なすことができる。本項では図 3.1-8 ~ 10 に示した船舶用ドライドックの捩り構造ゲートを例として、立体骨組み理論による捩り構造ゲートの解析方法につき論じる。尚、立体骨組み理論は既に十分普及した考え方であるから、ここではその中身については言及しない。

(1) 解析モデル

解析対象とする二つのゲートの主要目を表 3.1-3 に、その内の MSHI 修繕ドックゲートの構造を図 3.1-48 に、同じゲートに取り付けられた底部金物を図 3.1-49 に示す。両者の構造はこれ迄に述べてきた捩り構造ゲートと大同小異であって、扉体は薄肉閉断面であり、肋板が一定間隔に並び、端末壁板は大きな支持反力に耐えられる重構造である。異なる点は、扉体断面は浮力を確保する為に複数個の小閉断面に分かれている、水圧荷重を受ける為の支承が存在せず、その代わりに、扉体の下縁に沿って木座が設け

Design criteria for the repair dock gates		
Item	Koyagi	MSHI
Scale of dock	500 000 DWT	400 000DWT
Dock sill dimension	100mx13.5m	80mx12m
Design criteria	Specification for highway bridges	DIN
Allowable stress (JIS SS41 yield point 25 kgf/mm2)		
Tensile strength	14 kgf/mm2	14.5 kgf/mm2
Shearing stress	8 kgf/mm2	8.4 kgf/mm2
Compined stress	21 kgf/mm2	18.75 kgf/mm2
Gate weight	1270 ton	780 ton
Material of main parts		
Outer plate	SS41, SM50	SS41, SMA41
Hinge bracket	SC49	SC49
End bearing plate	S35C	Kempus
Wooden plank	Tub	Kempus
Seal rubber	Neoprene	Neoprene
Anticorrosive plate	Alnode P.05	Alnode P.10S

表 3 . 1 - 3

られていて(図4 8 SECTION D)、水圧力によりドック底の壁面に押し付けられて、支持反力が発生する。扉体の末端に反力としての偶力が作用する底部金物(図4 9)及びベアリング木座(図5 4)が設けられる。 によって断面の剪断流が複数個のループ流を含むことになり、式(bf)及び式(aj)で与えられる剪断流を把握する方法に若干の工夫が必要となり、これと関連した剪断中心や捩り剛性の算式の形も若干異なってくるが、ここではその内容に触れない。尚、任意断面の剪断流

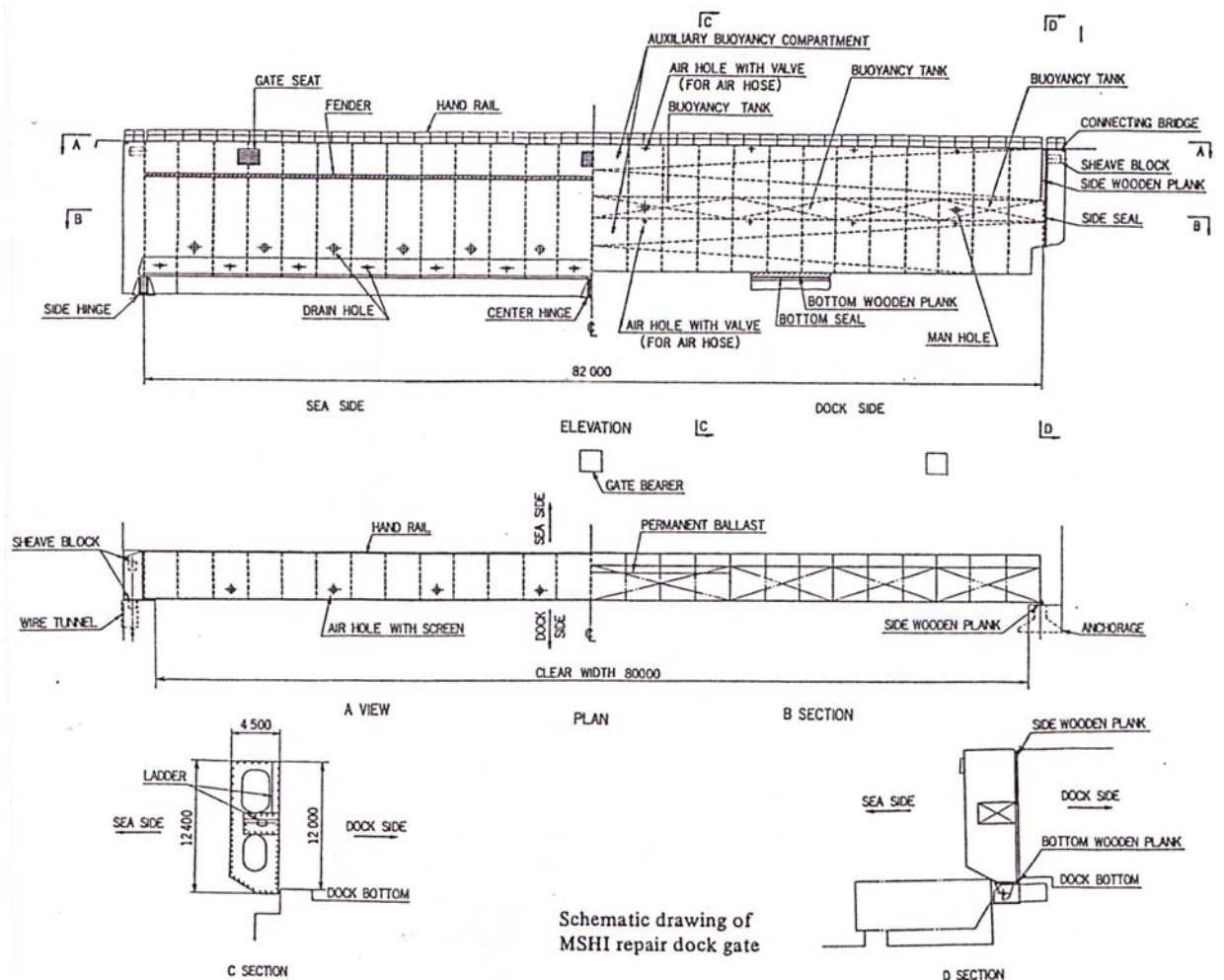


図 3 . 1 - 4 8

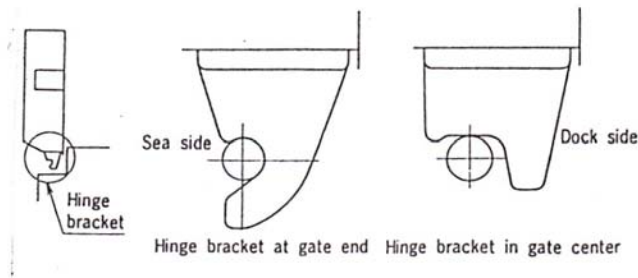


図 3 . 1 - 4 9

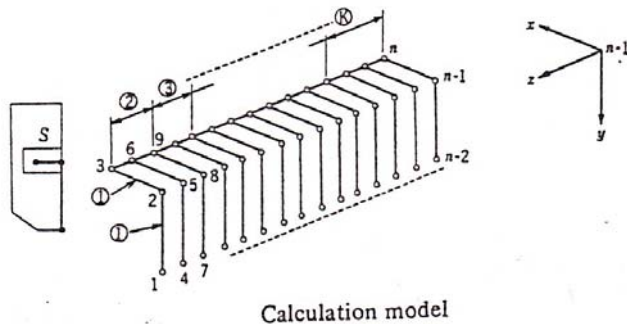


図 3 . 1 - 5 0

を近似的に算出するコンピュータソフトが提供されていて、これらは簡単に求めることができる。解析モデルは閉断面部材と肋板部材からなり、閉断面部材は肋板を含む横断面の剪断中心を結んだ線に置き換え、肋板を2本の線に置き換えたもので、その全体形状を図3.1-50に示す。図の3~6、6~9等が閉断面部材であり、1~2、2~3等が肋板を表す。立体骨組み構造では、一般的に、曲げモーメントと軸力が主役であって、部材剛性は重心に集中しているとしてモデルが組まれる。部材の捩り剛性が無視できない場合でも、断面が主軸に対して対象であることにより剪断中心が重心と一致していることがほとんどであるので、不都合が生じることは少ない。捩り構造

では剪断中心と重心が一致していないのが普通であって、曲げ剛性が剪断中心に集中しているとすると、隣接部材の節点間距離が変化することになる。これは部材剛性が変化した場合と同じ結果になるから、合理的な内力分布を把握する為には隣接部材の剛性を節点の移動量に合わせて調整する必要がある。図50に示すモデルでは肋板に相当する部材が剛性の調整を必要とする方向にあるが、肋板を含む断面は変形し難いので、弾性方程式と同じ取扱いをして、断面は変形しないものと考え、肋板部材の剛性は計算誤差が大きくなる範囲で十分大きな値を与える考え方でこのモデルが正当化できる。境界条件は肋板部材の下端に当たる節点1、4、7、 \dots 、 $n-2$ 、及び、扉体末端の上部に相当する節点2をドックの長手方向（ x 軸方向）の変位に対して拘束し¹¹、扉体末端の剪断中心に相当する節点3をドックの巾方向（ z 軸）周りの回転及び長手方向（ x 軸方向）の変位に対して拘束とした。又、ゲートはドックの巾方向が左右対象であるので、モデル化は左側半分を対象とすることとして、節点 $n-2$ は全方向の変位と長手及び上下（ x 及び y 軸）周りの回転を拘束

¹¹この計算例では節点2を拘束したが、本来は拘束する必要はない。

し、節点 $n - 1$ 及び n は巾方向（ z 軸方向）の変位と長手及び上下（ x 及び y 軸）周りの回転を拘束した。 で述べた様に扉体の下縁は木座で線状に支持されるので、模型の支持条件はこれと若干相違しているが、模型化が立体的な部材を線で置き換えることを出発点としているので、これは止むを得ぬ妥協である。

(2) 計算荷重

弾性方程式による解法では荷重の作用点は肋板を含む断面内の荷重中心点であったが、立体骨組み理論では荷重点は節点に限定されるので、荷重は剪断中心線の節点に作用する x 及び y 方向の荷重と、荷重中心と節点のずれを埋め合わせる、捩りモーメントである。

(3) 解析結果

図 3 . 1 - 5 1 はコンピュータのアウトプットとして得られた内部捩りモーメントと曲げモーメントである。弾性方程式の結果と同じ傾向を示している。底部木座は上下方向（ y 軸方向）の変位を拘束していないので、その方向の曲げモーメントは著しく小さく、前後方向（ x 軸方向）の曲げ変形に対応したモーメントのみを示した。捩りモーメントは、

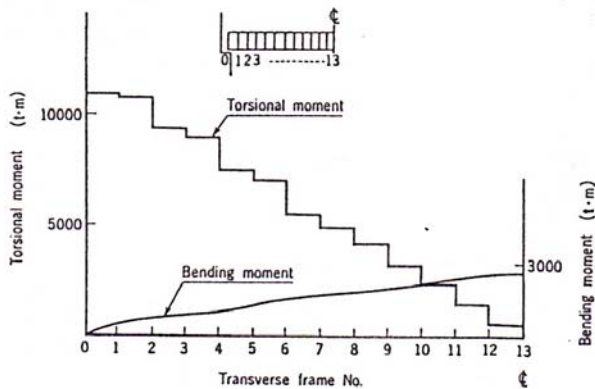


図 3 . 1 - 5 1

全体的には、直線的分布を示しているが、ステップの高さには不均一が見られる。これは閉断面部材の板厚を捩りモーメントの分布に従って著しく変化させた結果である。図 3 . 1 - 5 2 及び 5 3 は試験負荷時の実測データ

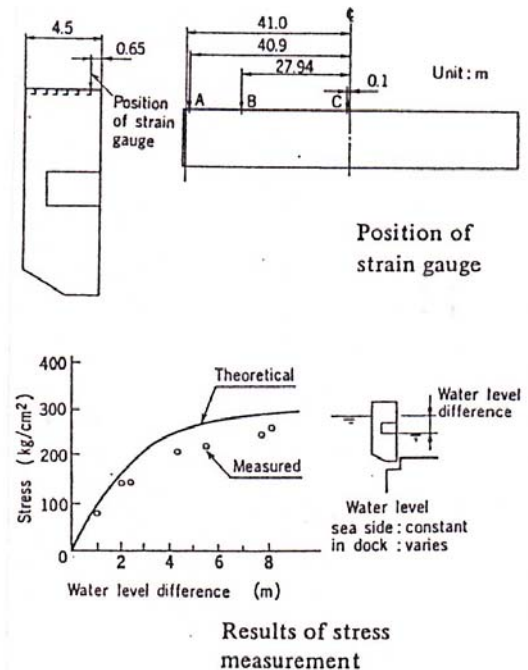


図 3 . 1 - 5 2

と解析値を対比して示している。図 5 2 は応力の結果と水圧条件及び計測位置を示す。歪を計測するゲージは45° 3方向で、正確を期する為に、1カ所に2枚張り付けた。図 5 3 は扉体頂部の変位量及びその負荷状態を示す。変位の実測値は水圧が作用し始めた瞬間から大きな値を示して、その後も急上昇したが、水位差が70cm程度を境にして、水位差の上昇に伴った安定した増加に転じた。最初の急上昇値は戸当たり木座の片当たりから発生した変位であり、安定後の増加量が扉体の弾性変形に比例したほんとの変位量であると判断し安定水位差に達した時点での実測値と理論値

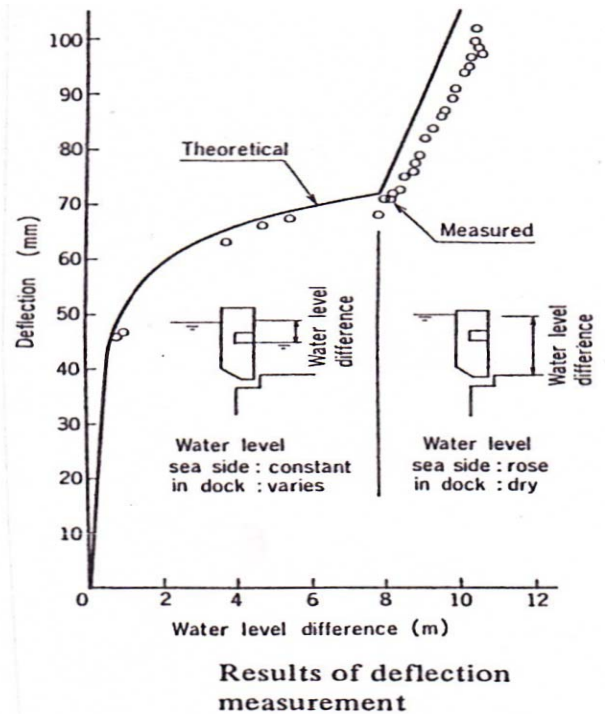


図 3 . 1 - 5 3

の差を理論値に加算した結果を実測値と比較した。応力及び変位とも理論値は実測値の傾向を良く再現していて、又、その大きさは良い近似を示している。立体骨組み理論と弾性方程式による解析は結果的には同一内容である筈である。本項の主要な目的は振り構造ゲートが立体骨組みとして取り扱えることを示すことにある。

(4) 横強度

前項で、横断面形状が変化しないとの前提で、振りゲートを立体骨組みとして取り扱う方法を示したが、実際は横断面も変形するので、この強度的な影響を別個に解析する必要がある。横断面の変形量はゲートの長さ (z 軸) 方向の位置により異なるが、変形の形状は端末断面、中間断面、中央断面で質的に異なるので、3箇所に於ける解析例を示す。

[端末断面]

扉体の端末壁を含む断面に作用する外力として考慮しなければならない要素は閉断面材の曲げ及び振り剪断応力、扉板側防撓材を通して端末肋板に伝達される端末荷重、扉体端末の支持反力としての端末偶力、端末支承に作用する静定反力及び不静定反力である。各外力は次の組み合わせで釣合関係にある。M₀は式(1)で与えられる静定振りモーメントの合計である。図 3 . 1 - 5 4 は端末偶力の作用点を示す。偶力は海側から底部金物に作

	不静定反力 = 曲げ剪断応力
	静定反力 = 端末荷重
	偶力 = 端末捩り剪断応力 + の偶力 = $M_0 \div 2$

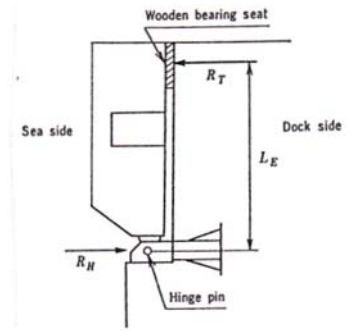
用する反力 R_H とドック側からベアリング木座を介して作用する反力 R_T により形成される。偶力は M_0 の半分に等しいことから、 R_T は次の式で与えられる。

$$R_T = M_0 \div 2 \div L_E \quad \dots\dots (31)$$

L_E は、図 5 4 に示される様に、偶力の腕の長さである。 R_T は分布荷重であって、ベアリング木座に沿って一様に分布すると考える。 R_H は R_T と等しいが、ここでは底部金物に作用する静定及び不静定反力も加えて次の式で表すこととする。添え字 x は x 方向、1 は節点番号を表す。

$$R_H = R_T - ((\text{静定反力})_x + (\text{不静定反力})_{x1}) \quad \dots\dots (32)$$

(不静定反力) $_{x1}$ は一般的に負であるので、静定反力 + 不静定反力が負である時には、 $R_H > R_T$ となる。 R_H は底部金物に作用する x 方向の反力であり、 y 方向の反力として、この例の場合は、自重 $\times (3/16)$ を考える必要がある。端末荷重の作用中心は自重が重心であり、水圧力が圧力中心であるが、防撓材の配置に従い分配する。応力分布は 2 次元の有限要素法を用いて解析することができるが、断面を箱型に置き換え、端末荷重を無視して、簡単な静定構造物として近似的に把握することもできる。図 3 . 1 - 5 5 はその方法を説明している。閉断面を矩形 $b b' c' c b$ で表し、その巾と高さを L 巾と L 高とし、 R_H 及び R_T の作用位置を L_h 及び L_E で表す。閉断面を梁 $a c$ で表し、 x 軸の原点を a に置き、図の方向に設定



Reaction force at both ends
図 3 . 1 - 5 4

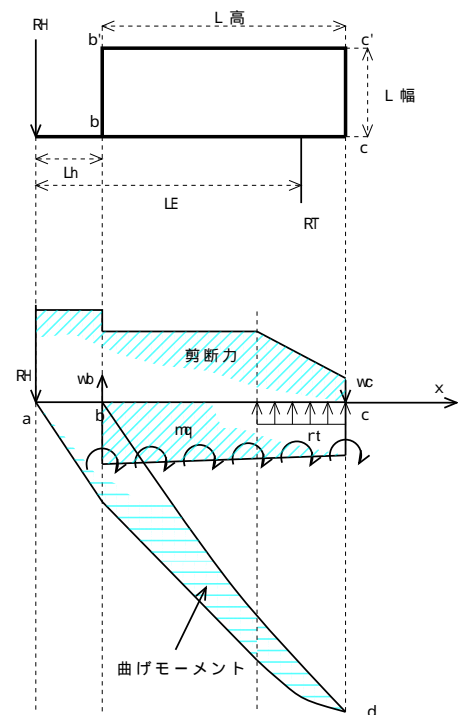


図 3 . 1 - 5 5

する。梁に作用する外力は R_H 、及び、 R_T の分布荷重の q_t の他に、閉断面の応力の内 $b-b'$ 間の剪断応力が集中荷重 w_b として、 $c-c'$ 間の剪断応力が集中荷重 w_c として、 $b-c$ と $b'-c'$ 間の応力が分布曲げモーメント m_q として作用しているものとする。外力を積分すると、図示の様な剪断力分布となり、更に、これを積分した結果が曲線 $a-d$ で、分布曲げモーメントを積分した結果が曲線 $b-d$ であり、曲線 $a-d$ と $b-d$ の差が曲げモーメント分布を示す。この図は概念図ではあるが、剪断力と曲げモーメントの最大値は b で発生することがわかり、その大きさは簡単に算出できる。更に、不静定反力を無視し、 R_T が集中荷重のまま c に作用するものとする、剪断力 Q_b 、及び曲げモーメント M_b は捩り剪断流 q_t を用いて次の式で表される。 $L_h = 0$ 、即ち、 $L_{高} = L_E$ の時に $M_b = 0$ となり、端末壁は純剪断状態となる。

$$\begin{aligned}
 R_H &= R_T - 2q_t L_{巾} L_{高} \div L_E \\
 w_b &= w_c = m_q = q_t L_{巾} \\
 Q_b &= -2q_t L_{巾} L_{高} \div L_E & (x \leq L_h) \\
 &= -q_t L_{巾} (2L_{高} \div L_E - 1) & (x > L_h) \\
 M_b &= -2q_t L_{巾} L_{高} \div L_E x & (x \leq L_h) \\
 &= -2q_t L_{巾} ((L_{高} \div L_E - 1)x + L_h) & (x > L_h)
 \end{aligned}
 \tag{33}$$

[中間断面]

中間断面の変形は肋板を含む 1 間隔を切りだしたリング構造を平面骨組みに置き換えて解析することにより把握できる。図 3 .

1 - 5 6 は解析モデルと曲げモーメント分布を示す。荷重は水圧のみであり、変位の拘束は上下方向に 2 点、前後方向に 1 点である。解析モデルの 2 方向の変位量と 1 方向の回転量を有限なものとする為には最低 3 点の拘束が必要であり、与えた条件はこれを最低で満たしている。実際の拘束状態は底部木座に於いて前後方向の変位が拘束されているだけで、後は

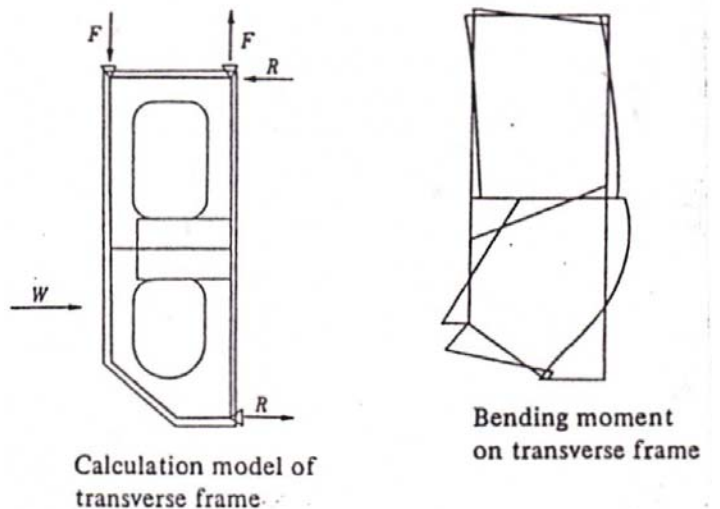
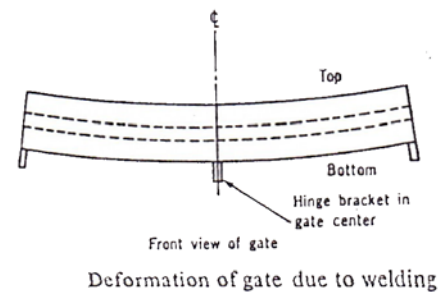


図 3 . 1 - 5 6

閉断面を構成する部材の剪断剛性で変位が抑制されているに過ぎない。従って、剪断剛性による拘束を境界条件に置き換える必要がある。その方法として、閉断面を構成する部材の中から剪断剛性の大きな前面と後面の外板を選び、その頂点で上下方向の変位を拘束し、更に、F及びRによる偶力が図の様に作用しているものと仮定し、偶力の合計が水圧荷重と木座反力で作る捩りモーメントに等しく、又、F及びRの比率が部材の剪断流積分値の比率に等しいとして、Rの大きさを決定し、骨組み構造の右上頂部に荷重として作用させた。算出される拘束点反力と縦方向の解析で得られた結果を比較することにより、仮定の妥当性を確かめることができる。

[中央断面]

扉体中央の底面には補助的な支承金物があって、自重だけが作用する構造となっている。扉体は、製作完了後に溶接歪が解放されて、図3.1-57に示す形状に変形する可能性がある。現地の据え付けが完了した時点で仮締切内の水を抜くと、扉体の自重が中央支承金物に集中し、その反作用として、中央断面が局部的に変形する可能性がある。図3.1-58は3次元の有限要素法を用いてこれを解析した結果である。aは支承金物付近の形状、bが応力分布、cが変形状況を示す。この変形量は据え付けの際に一時的に発生するだけで、稼働状態では自重の大部分が水中浮力で相殺される。



Deformation of gate due to welding

図3.1-57

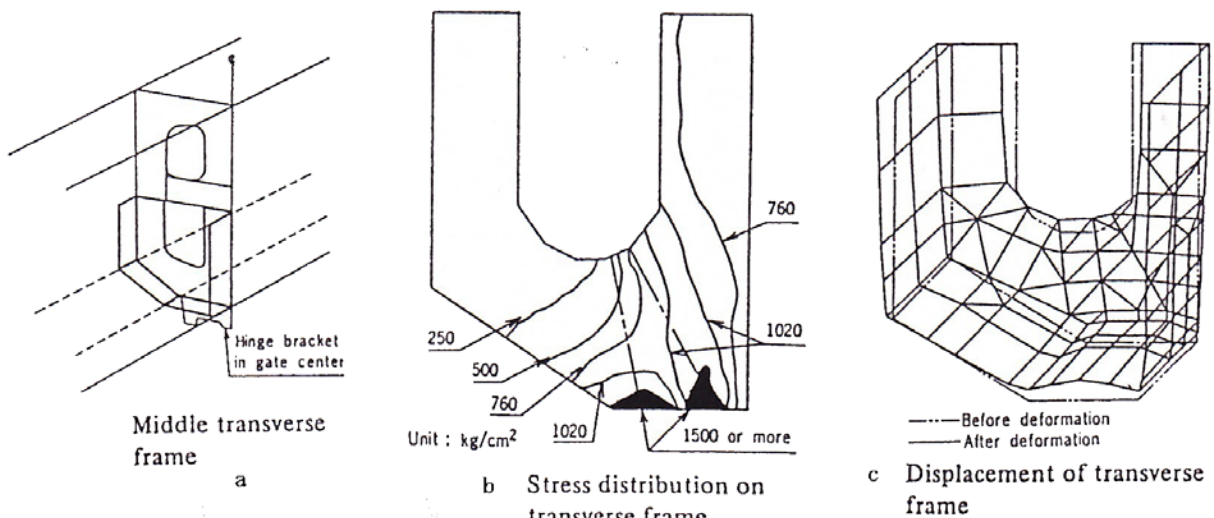


図3.1-58

(5) 剪断座屈

捩り構造は、閉断面材が純剪断に近い状態にあるから、剪断座屈に対する配慮が極めて重要である。座屈に対する検証は、防撓材に囲まれるパネルは勿論のことで、防撓材を含んだパネルについては種々の範囲について行い、最も弱いモードで座屈強度が確保されていることが必要である。これ等の検討は既に便覧化¹⁾されている方法で行うことができるので、ここで改めて論じる対象にはならない。扉体面には種々の理由で開口が設けられる。開口によりその部分の強度が減じる可能性があるので、強度的に重要でない場所を選んで設けるのが一般的設計手法であるが、捩り構造ゲートでは扉体外部の全面が主強度部材であり、大型ゲートではその大半が強度的に臨界状態にあるので、重要な部分に開口を設けることが避けられない場合がある。開口部に対しては応力集中を緩和する為に一般にダブルリングによる補強がなされるが、捩り構造では剛性の低下による剪断座屈の発生を防止する必要があるので、開口の周囲に剛性を補う為の円筒状の補強材を取り付けることがある。円筒補強された開口部の剪断座屈に関する研究が少ないが²⁾、補強効果を検証する手段として有限要素法を用いた例を図3.1-59に示す。開口周辺の剛性は、円筒補強により、無開口の場合に比較して2倍以上に高まったことを示している。

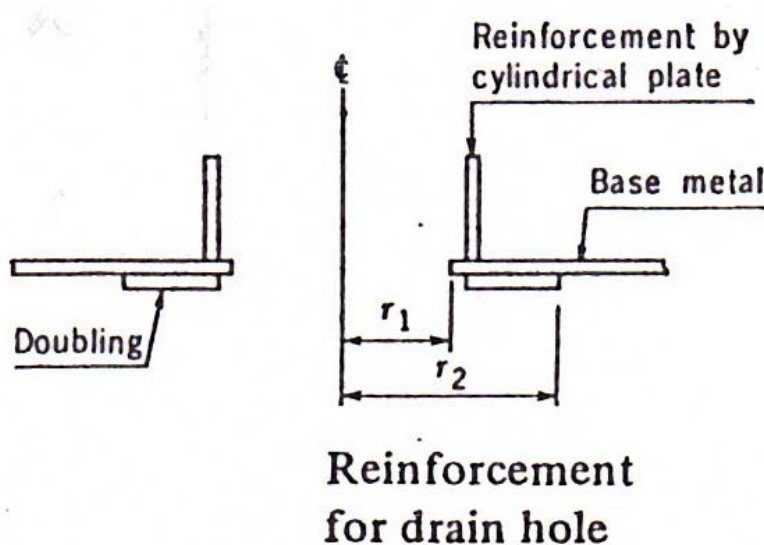


図3.1-59

(6) 応力集中

図3.1-8に示した扉体のコーナ部は剪断応力の集中を避ける為に大きな円弧形状を

¹⁾例えば文献(39)

²⁾文献(26)

採用した。図 3 . 1 - 9 では円弧部の成型コストを排除する為に応力集中を覚悟して直角形状を採用した。図 3 . 1 - 6 0 は閉断面のコーナーに於ける応力集中係数の例である¹⁾。薄膜近似法で得られた結果であるが、Eq(i) がコーナー部の薄膜が回転体形状であるとの仮定で微分方程式を解いて得られたのに対し、A はその仮定を設けずに、差分法で算出した結果である。a はコーナー内側の半径、 t は板厚、 σ_0 は通常部の応力、 σ_{max} はコーナーの内側に沿った応力である。図 3 . 1 - 6 1 はコーナー溶接部を示していて、b b が $a = t$ の曲線、c c が $a = 2t$ の曲線である。図 6 0 によれば $a = 2t$ で $\sigma_{max} \div \sigma_0 = 1$ となり、 $a = t$ では $\sigma_{max} \div \sigma_0 = 1.25$ となる。応力集中については、応力集中係数も含めて、コスト

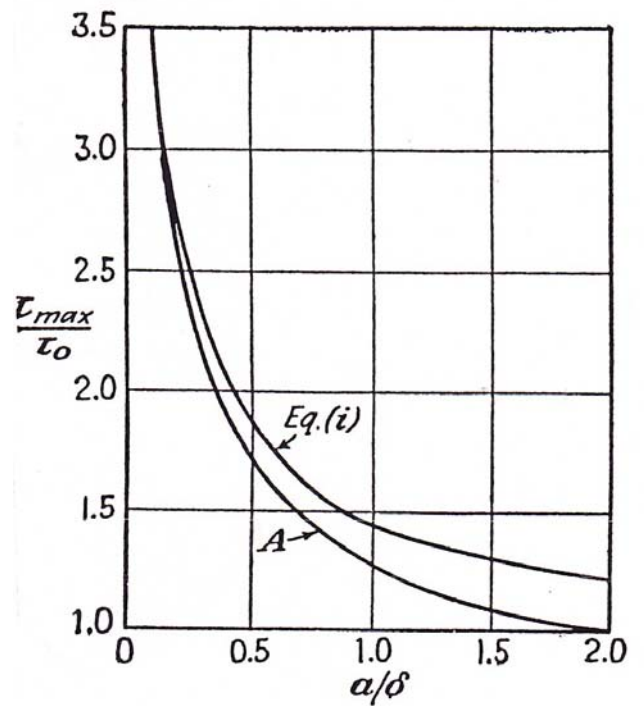


図 3 . 1 - 6 0

を最小にする為の現場的研究が必要であると思われる。

図 3 . 1 - 6 0

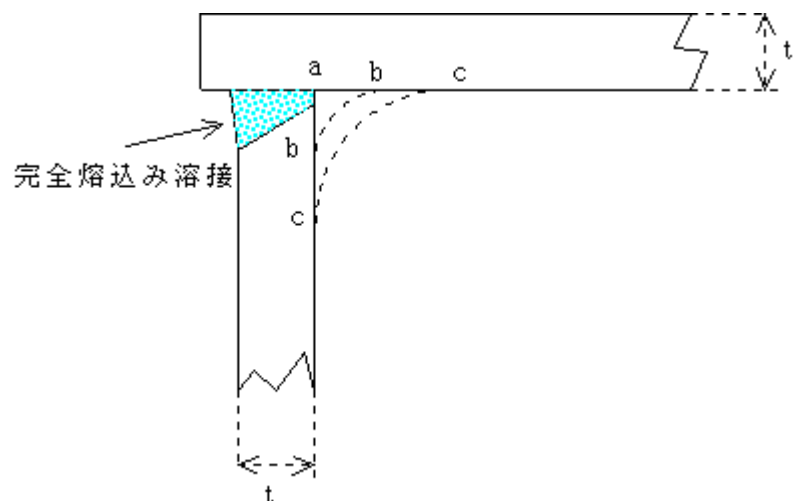


図 3 . 1 - 6 1

¹⁾文献 (20) の301頁より引用。

3.1.4 曲げ捩り理論による解析

捩り現象は単純捩りと曲げ捩りの組み合わせであり、前項では単純捩りのみを考えていたが、本項では曲げ捩りも考慮した構造解析の方法につき論じる。曲げ捩り現象は断面内応力分布に大きな影響を与える。薄肉断面の捩りに関する基礎理論は添付資料3.1-2・3に示し、特定の断面形状に理論式を適用した結果を添付資料3.1-4・5に示したので、本項ではこれらを出発点として構造解析の方法を論じる。用いる算式のうち、番号がアルファベットで示されているものは添付資料から引用した式である。引用式に関連する用語の定義は添付資料3.1-1に一覧表にして示す。

3.1.4.1 断面応力の分布形状

曲げ捩り理論は単純捩りと曲げ捩りの両方を含んだ理論であって、単純捩り理論で述べた断面応力はそのままこの項に適用される。本項では曲げ捩り現象によって発生する剪断応力及び垂直応力の分布について明かにする。断面の主軸に一致させて直角座標(x、y)を設定する。断面力は剪断応力に対応する曲げ捩りモーメント T_w だけが存在し、垂直応力は、力とモーメントの両方が断面内で釣り合ってしまう、断面力を形成しない。剪断応力及び垂直応力は断面の回転角度 θ に対して次の式で算出される。

[曲げ捩り断面係数]

$$C_{bd} = \theta^2 J_0 - 2 \theta J_1 + 4 \theta a_i J_2 + J_3 - 4 a_i J_4 + 4 a_i^2 J_5 \dots (m)$$

但し、 $a_i = A_s \div I_0$

$$J_0 = t d s$$

$$J_1 = R t d s$$

$$J_2 = I t d s$$

$$J_3 = R^2 t d s$$

$$J_4 = R I t d s$$

$$J_5 = I^2 t d s$$

$$I_0 = \int_0^s \frac{1}{t} (-d s) ds$$

$$R = \int_0^s r_s d s$$

$$I = \int_0^s \frac{1}{t} (-d s) ds$$

注記1. r_s の原点は剪断中心である。

[曲げ捩り剪断流常数]

$$q_{w0} = - (\theta J_6 - J_7 + 2 a_i J_8) \div I_0 \dots (ae)$$

但し、 θ は式(n)で与えられ、 a_i 、 I_0 、 R 及び I は式(m)に於ける定義による。

$$J_6 = \frac{1}{t} \int_0^s t d s) d s$$

$$J_7 = \frac{1}{t} \int_0^s R t d s) d s$$

$$J_8 = \frac{1}{t} \int_0^s I t d s) d s$$

[曲げ捩り剪断流]

$$q_w = \int_0^s t d s - \int_0^s t R d s + 2 a_i \int_0^s t I d s + q_{w0} \quad \dots\dots (ac)$$

[曲げ捩り剪断応力]

$$\tau_w = \frac{q_w}{t} \cdot \frac{T_w}{C_{b,d}} = - \frac{q_w}{t} E \frac{d^3}{d z^3} \quad \dots\dots (ad)$$

[そり常数]

$$\tau_0 = \left(\int_0^s t r_s d s - 2 A_s \div \frac{d s}{t} \cdot \int_0^s \frac{1}{t} d s d s \right) \div \int_0^s t d s \quad \dots\dots (n)$$

[そり関数]

$$= \int_0^s r_s d s + 2 A_s \int_0^s \frac{1}{t} d s \div \frac{d s}{t} \quad \dots\dots (l)$$

[曲げ捩り垂直応力]

$$\tau_z = E \frac{d^2}{d z^2} \quad \dots\dots (aa)$$

[断面内の分布形状]

断面内の剪断応力分布は剪断流で定まり、垂直応力分布はそり関数で定まる。図 3 . 1 - 6 2 ~ 6 9 迄は、図 3 . 1 - 1 2 及び 1 3 に示す魚腹型及び箱型断面の種々のケースについて、曲げ捩り剪断流とそり関数を計算した結果である。数値計算に必要な算式は全て添付資料 3 . 1 - 4 (魚腹型) 及び 5 (箱型) に示されている。これらは上に示した一般形状に対する式を二つの断面に適用した結果である。図 - 1 2 及び 1 3 に於いては x - y 座標の原点が、後で行う構造解析に便利な様に、それぞれ図示の位置に設定されているが、

上記の計算式を実行するに当たっては重心に原点を設定する。計算結果は各グラフに示した特定の形状と部材寸法に対するもので、その絶対値は計算値にグラフに示した率を乗じた結果である。グラフには断面の形状、重心、剪断中心が示されていて、剪断流とそり関数は断面の内側をマイナス、外側をプラスとして表示されている。尚、剪断流は時計周りの方向をプラスとしている。図 6 2 ~ 6 5 が図 1 2 に示す魚腹型断面、残りが図 1 3 に示す箱型断面に対応している。

各グラフについての詳細な説明に移る。図 6 2 は図 1 4 に示す曲げ剪断流と同じ断面の曲げ捩り剪断流とそり関数を示すが、二つの剪断流の相違が明かである。曲げ捩り剪断流は単純捩り剪断流と同様に剪断中心周りにモーメントを形成して、二つの捩りモーメントの和が外力捩りモーメントと釣り合う。従って曲げ捩りの影響度合いを曲げ捩りモーメントが占める比率で計ることができるが、単純捩り剪断流の値が断面全周にわた
り一定の値であるのに対し、曲げ

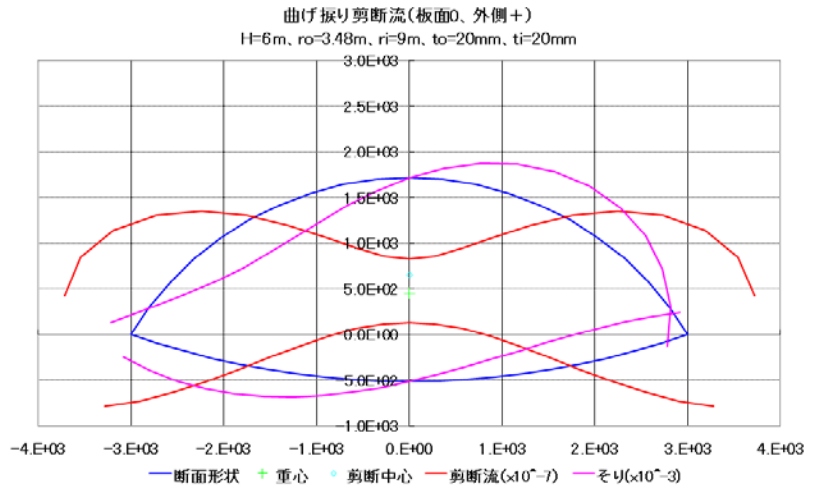


図 3 . 1 - 6 2

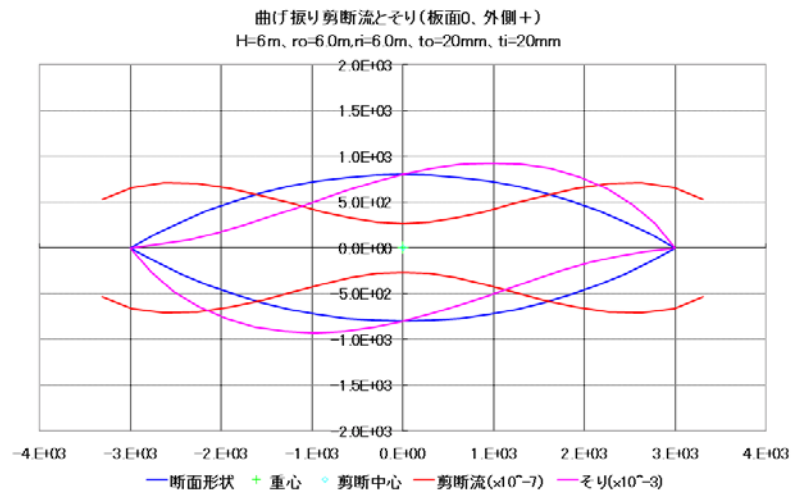


図 3 . 1 - 6 3

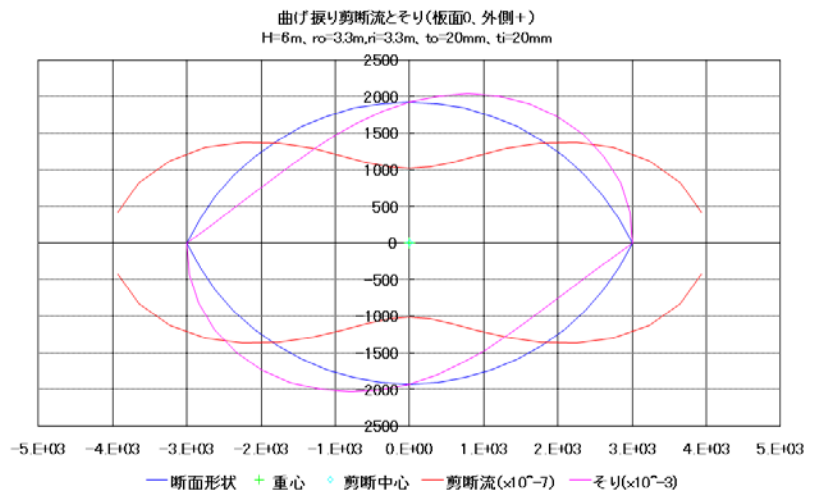


図 3 . 1 - 6 4

捩り剪断流は符号が変化するの
で、正及び負モーメントの差が曲
げ捩りモーメントの値であって、
捩りモーメントの値が同一であっ
ても、曲げ捩り剪断応力の方が単
純捩り剪断応力よりも格段に大き
くなる。この点が、後で述べる様
 に、曲げ捩り現象が断面の応力分
 布を大きくかき乱す要因である。

図 6 3 ~ 6 5 は断面形状の影響を
 示す為のもので、レンズ型から楕
 円形を経て円形になる場合の剪
 断流とそり関数を示す。板厚は全
 周同一である。円形断面では両者
 とも0であって、従って、いかな
 る条件の下でも曲げ捩りは発生し
 ない。剪断流の強さは円形に向け
 て減少する筈であるが、その様に
 見えないのは後で述べる断面係数
 C_{bd} が大きくなっているからであ
 って、式(ad)の様に、 C_{bd} で割っ
 た値と比較すればその様になって
 いる。尚、図 6 2 ~ 6 5 の板厚は
 総て同一である。図 6 6 は図 1 5
 に示す曲げ剪断流と同じ断面の曲
 げ捩り剪断流とそり関数を示す
 が、二つの剪断流の相違がここ
 でも明かである。図 6 7 は図 6 6 の
 辺の長さを逆にした場合の計算結
 果である。板厚は全周同じである

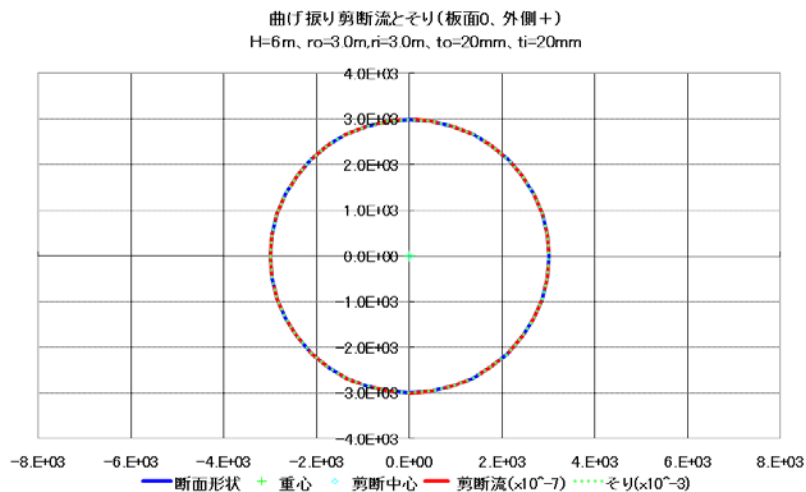


図 3 . 1 - 6 5

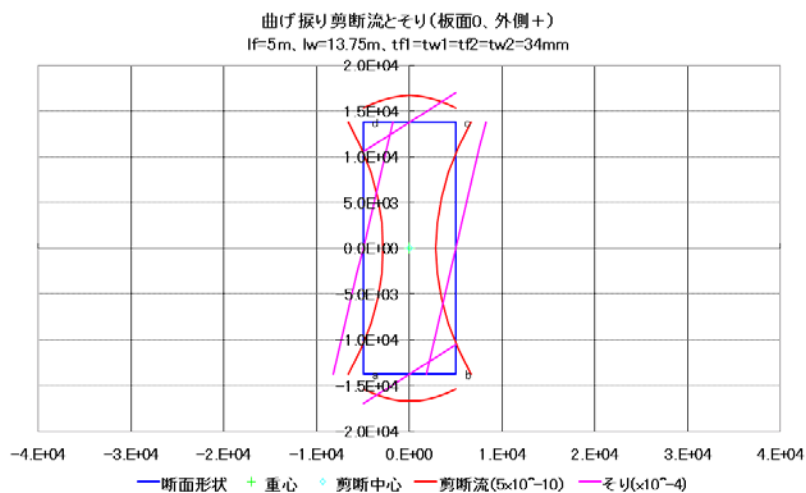


図 3 . 1 - 6 6

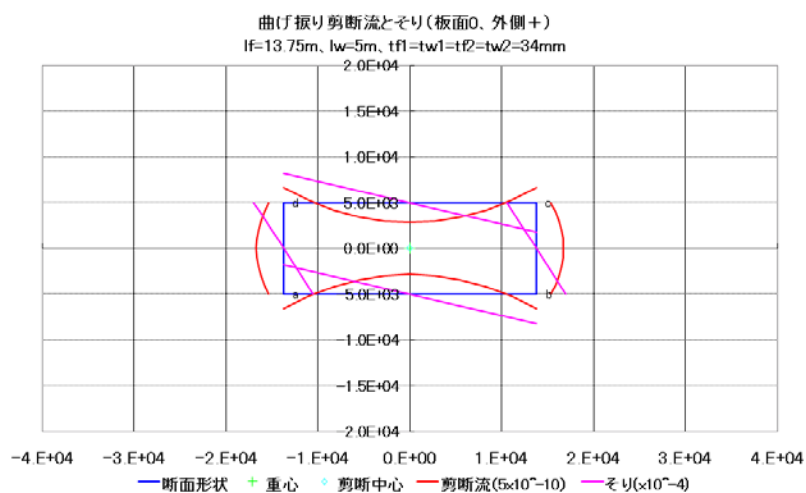


図 3 . 1 - 6 7

ので、相違は断面の最長比の影響を表す。即ち、マイナスの剪断流は長い辺の側に現れることを示している。図68～70は板厚の影響を示す為のもので、断面は総て正方形であり、板厚は図68の底辺が他の辺の半分、図69は総て同一、図70は右側の辺が他の辺の半分である。マイナスの剪断流は板厚を減じた辺に現れるので、板厚減少と辺長の増加は同じ方向に影響している。中間の図69では剪断流もそり関数も0であり、先の円形等板厚断面と同様に、いかなる条件のもとでも曲げ捩りは現れない。剪断応力及び垂直応力を与える式(aa)及び(ad)では剪断流及びそり関数にの微分値が乗じられているので、曲げ捩りの影響度合いは断面形状(板厚も含めた)との分布で異なってくる。又、正方形断面では、そり関数の符号が第1象限 第2象限 第3象限 第4象限 第1象限と交互に変化して行く様子が良くわかる。

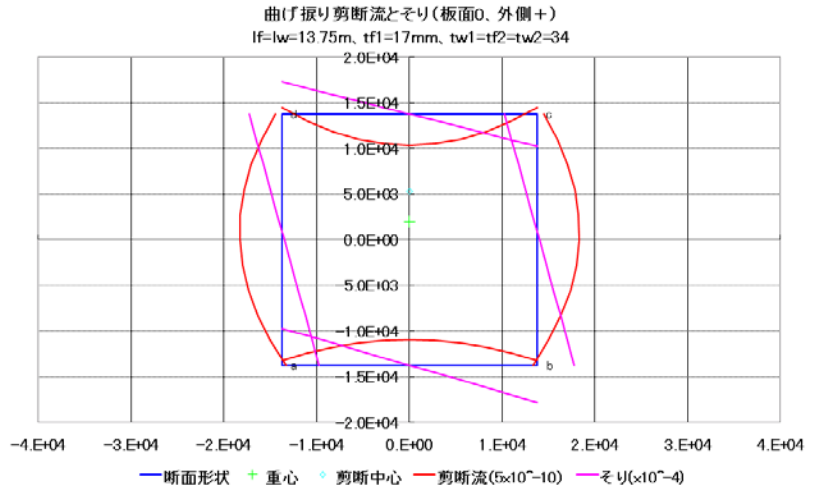


図3.1-68

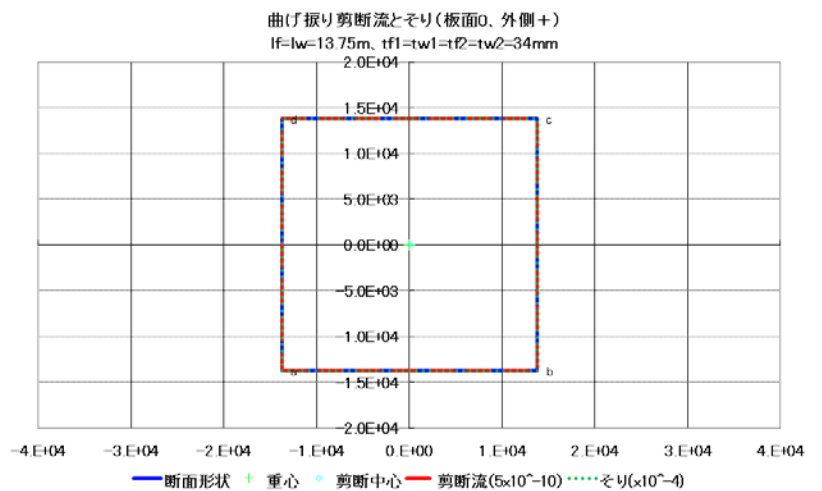


図3.1-69

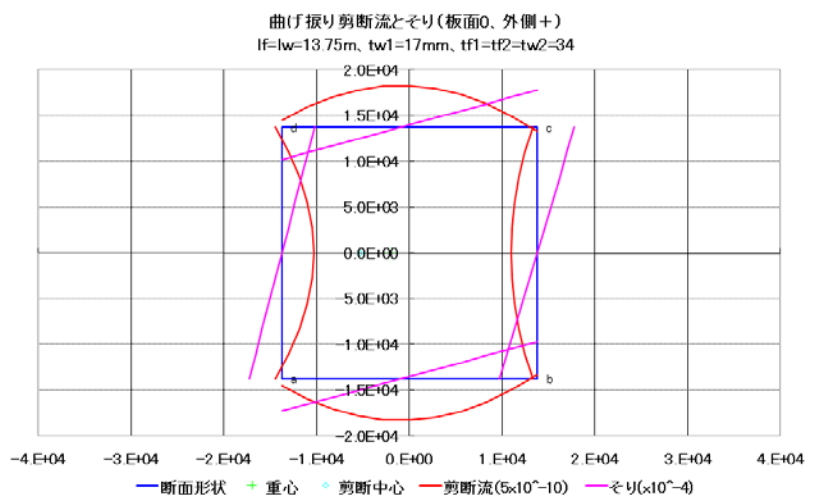


図3.1-70

3 . 1 . 4 . 2 弾性方程式による解析例

単純捩り理論と異なるところは捩り変位量の計算方法であるので、3 . 1 . 3 . 2 で論じた弾性方程式による解析を曲げ捩り理論に迄拡張する為には式(5)を曲げ捩りを考慮した式に入れ替える必要がある。この式は次の曲げ捩りの基礎方程式を断面変化を考慮して

$$E C_{bd} \frac{d^4}{dz^4} - G J_t \frac{d^2}{dz^2} - m_t = 0 \quad \dots\dots (e)$$

解くことにより得られるが、本論文の目的からは曲げ捩り現象が解析結果にどのような影響を及ぼすかを見極めれば十分であるので、解が既に得られている一様断面について論じる。

(1) 解析方法

解析モデルと計算外力は単純捩り理論と全く変わらない。変位計算法は集中捩りモーメントによる変形を算出する式を曲げ捩りを考慮した式に入れ替える。捩り角の算出式としては添付資料 3 . 1 - 2 の解の例 3 に示した次の式を用いる。一様断面を前提条件とし

[基礎方程式の解]

$$\left. \begin{aligned} z < c &= \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{z}{2} - \frac{\text{sh}\{(l-c)\}\text{sh}(z)}{3\text{sh}(l)} \right] \\ z > c &= \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{c}{2} - \frac{\text{sh}\{(l-c)\}\text{sh}(z)}{3\text{sh}(l)} + \frac{\text{sh}\{(z-c)\}}{3} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots (f3)$$

但し、 $k = \frac{G J_t}{E C_{bd}}$

ているので式(5)は不要となり、式(6)が次の二つの式に入れ替わる。又、一様断面である

[i 点の m_i による j 支承点の回転角]

$$\left. \begin{aligned} \theta_{ij} &= \frac{m_i}{3 E C_{bd}} \left\{ k_j - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{sh}(k_j)}{\text{sh}(kn)} \right\} \quad (j < i) \\ &\frac{m_i}{3 E C_{bd}} \left\{ k_i + \text{sh}(k[j-i]) - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{sh}(k_j)}{\text{sh}(kn)} \right\} \quad (j > i) \end{aligned} \right\} \dots\dots (34)$$

但し、 $k = \frac{1}{l_s}$

[i 点の m_i による j 支承点の変位]

$$\left. \begin{aligned} t_{ij} &= i_j l_{py} \\ t_{ij} &= i_j l_{px} \end{aligned} \right\} \dots\dots (35)$$

から曲げに伴う内部捩りモーメントは存在しないので、内部捩りモーメントによる捩り変形の算式は不要となる ((c) 項) 。

(2) 解析例

弾性方程式で得られた不静定反力から内力を算出する手順は単純捩り理論と全く同一である。但し、式 (21) で与えられる内部捩りモーメントは曲げ捩りモーメントと単純捩りモーメントの合計であるので、それぞれの捩りモーメントを求める必要がある。又、曲げ捩りにより新たに発生する垂直応力及び式 (22) に代って を算出する為に以下の算式が新たに必要になる。

[i 断面に作用する外部捩りモーメント]

$$m_{ei} = m_{si} + X_i l_{py} + Y_i l_{px} \dots\dots (36)$$

[i 断面に作用する m_{ei} による j 断面の回転角及びその微分値]

$$i_j = \text{式 (34) の } m_i \text{ を式 (36) の } m_{ei} \text{ に置き換えた式。} \dots\dots (37)$$

$$i_j = \frac{m_{ei}}{2 E C_{bd}} \left\{ 1 - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{ch}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j < i) \left. \vphantom{\frac{m_{ei}}{2 E C_{bd}}} \right\} \dots\dots (38)$$

$$\frac{m_{ei}}{2 E C_{bd}} \left\{ \text{ch}(k[j-i]) - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{ch}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j > i)$$

$$i_j = \frac{m_{ei}}{E C_{bd}} \left\{ - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{sh}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j < i) \left. \vphantom{\frac{m_{ei}}{E C_{bd}}} \right\} \dots\dots (39)$$

$$\frac{m_{ei}}{E C_{bd}} \left\{ \text{sh}(k[j-i]) - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{sh}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j > i)$$

$$i_j = \frac{m_{ei}}{E C_{bd}} \left\{ - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{ch}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j < i) \left. \vphantom{\frac{m_{ei}}{E C_{bd}}} \right\} \dots\dots (40)$$

$$\frac{m_{ei}}{E C_{bd}} \left\{ \text{ch}(k[j-i]) - \frac{\text{sh}(k[n-i])\text{ch}(k j)}{\text{sh}(k n)} \right\} \quad (j > i)$$

但し、 $\theta_{ij} = \left(\frac{d}{dz} \right)_{ij}$ 、 $\theta'_{ij} = \left(\frac{d^2}{dz^2} \right)_{ij}$ 、 $\theta''_{ij} = \left(\frac{d^3}{dz^3} \right)_{ij}$

[j 断面の回転角及びその微分値]

$$\theta_j = \sum_{k=0}^n \theta_{kj} \quad \dots\dots (41)$$

$$\theta'_j = \sum_{k=0}^n \theta'_{kj} \quad \dots\dots (42)$$

$$\theta''_j = \sum_{k=0}^n \theta''_{kj} \quad \dots\dots (43)$$

$$\theta'''_j = \sum_{k=0}^n \theta'''_{kj} \quad \dots\dots (44)$$

[j 断面の単純捩りモーメント]

$$T_{sj} = G J_t \theta_j \quad \dots\dots (45)$$

[j 断面の曲げ捩りモーメント]

$$T_{wj} = - E C_{bd} \theta'_j \quad \dots\dots (46)$$

T_{sj} 及び T_{wj} は、単純捩り理論と異なって、支承点間でも変化するが、以上の式に関わる算式では、 θ_j を実数として取り扱うことによりこの変化を算出することができる。応力分布は断面力及び θ_j の微分値を 3.1.4.1 項で示した算式に代入して得られる。

以下に弾性方程式により解かれた 2 種類の解析例を示す。どちらも単純捩り理論において示したケースであり、扉体形状及び計算条件は改めて示さない。事例番号は対応する事例の番号を踏襲している。

[解析例 1]

魚腹型断面を片側で支持したケースである。図 3.1-71 ~ 77 が曲げ捩り理論による解析結果である。図 7.1 は変形量を示し、曲げ捩り理論による θ_j 、 θ'_j 、 θ''_j 、 θ'''_j を曲線で示し、更に、単純理論による θ_j を x 印で示した。横軸は断面の番号で、縦軸は計

算値であるが、計算結果に表示の倍率を乗じた値が示されている。

は概ね滑らかな曲線であり、扉体の自由端では単純捩り理論による解析結果と厳密に一致している。は単純捩りモーメントに比例する量であって、明かに単純捩り理論と異なっている。は曲げ捩りに伴う垂直応力に比例する量であって、両端の区画を除いて概ね周期的に変化している。

は曲げ捩りモーメントに比例する量であって、両端の区画を除いて概ね周期的変化を示しているのは同じであるが、支承を含む断面を境にして符号が反転している。これは支承反力の存在によって断面のそり変化の方向が急転している結果と考えられる。図 7 2 及び 7 3 は断面力を示す。図 7 2 が曲げモーメント関係の結果であるが、この内容は単純捩り理論の結果に比較して大きな変化は無い。計算基礎となる不静定反力の大きさが表 3 . 1 - 4 の様に変化が少ないからである。図 7 3 は捩りモーメントを示す。単純捩りモーメント及び曲げ捩りモーメントは支承点間で変化している。しかし、合計した値は一定となり、そ

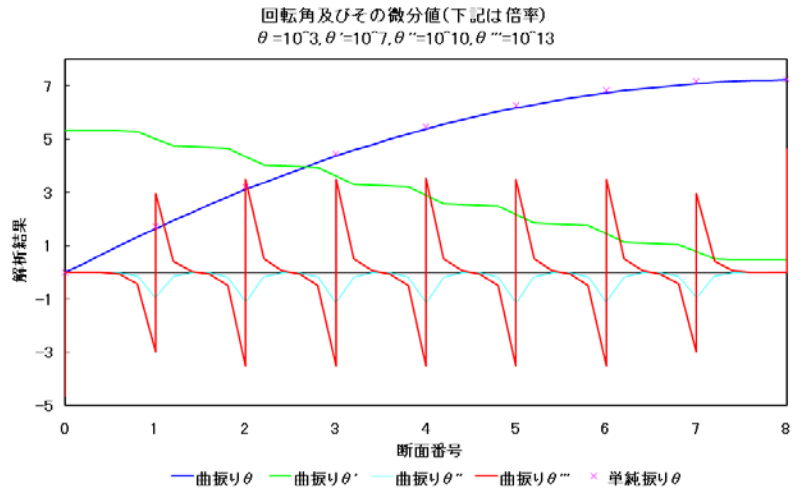


図 3 . 1 - 7 1

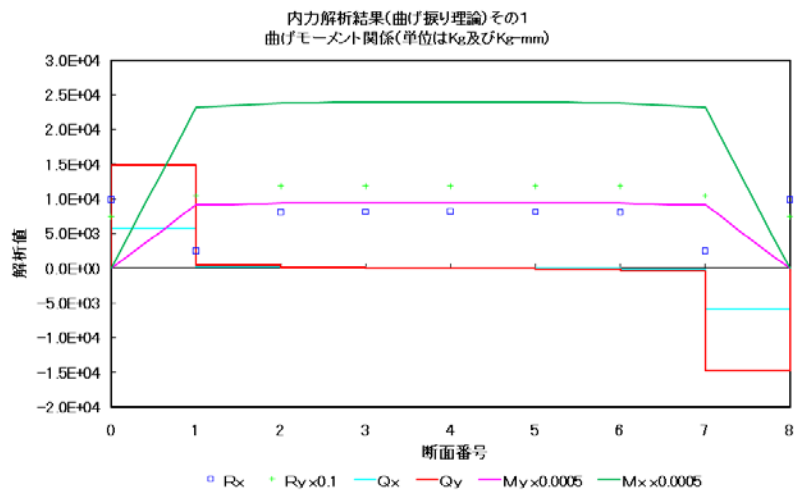


図 3 . 1 - 7 2

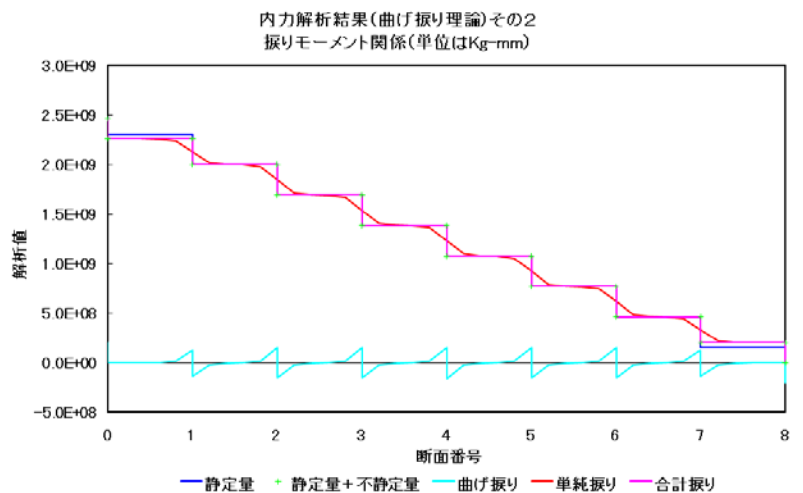


図 3 . 1 - 7 3

断面 番号	X (Kg)		Y (Kg)	
	曲げ捩り	単純捩り	曲げ捩り	単純捩り
0	-5843	-6059	-14832	-15381
1	5684	6070	14429	15408
2	112	-11	285	-27
3	47	0	120	0
4	-2	0	-5	0
5	48	0	121	0
6	112	-11	285	-27
7	5684	6070	14429	15408
8	-5843	-6059	-14832	-15381

表 3 . 1 - 4

の値は式(21)で与えられる内部捩りモーメント(+印)に等しい。このことは曲げ捩りモーメントの平均振幅は断面の性質には無関係に支承点の数で定まることを示している。即ち、支承点による分割数を増やせば曲げ捩りモーメントの平均振幅はそれに比例して減少するものと考えられる。曲げ捩りモーメントの絶対値は単純捩りモーメントに比較してはるかに小さい点も注目する必要がある。図 7 4 ~ 7 7 は断面応力の分布を示す。図 7 4 ~ 7 6 が剪断応力、垂直応力、及び、主応力を示す。それぞれの図

は断面 0、断面 1 の外(左)側、及び、内(右)側を示す。断面 0 では曲げ捩りの影響が小さい為に応力分布は平坦であるが、断面 1 外側は大きく乱れていて、単純捩り理論による同じ断面の図 2 9 と比較すれば、曲げ捩りの影響がいかに大きいか明かである。断面 1 内では乱れの方が反転している。この様な大きな乱れが生じて

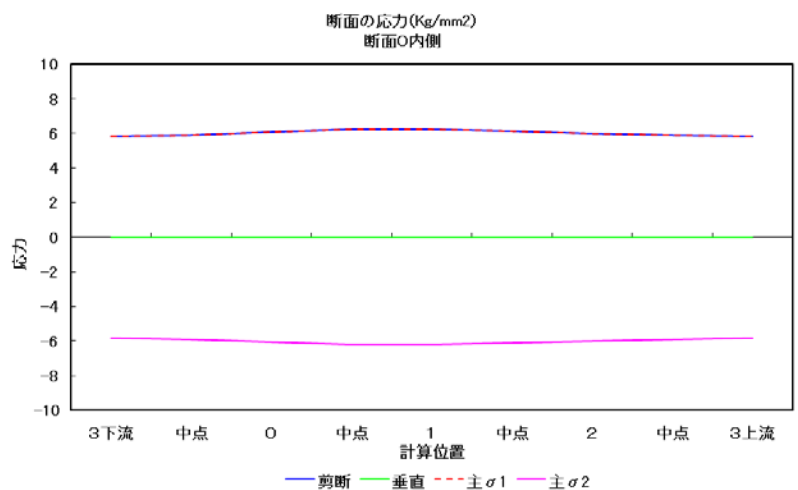


図 3 . 1 - 7 4

も全体が純剪断に近い応力状態であることには変わりはない。図 77 は断面の剪断応力及び垂直応力を構成する要素応力の分布である。単純捩り理論の図 31 と同じ断面 1 外を示していて、記号は τ_s : 単純捩り剪断応力、 τ_w : 曲げ捩り剪断応力、 σ_{bx} 及び σ_{by} : 曲げ剪断応力、 σ_{by} : 曲げ垂直応力、 σ_z : 曲げ捩り垂直応力である。応力の乱れの要因は曲げ捩りによる剪断及び垂直応力であることが明かであり、又、その影響度合いは曲げによる応力の乱れと比較して遥かに大きい。曲げ捩りモーメントは単純捩りモーメントと比較し遥かに小さな値であるが、応力分布に大きな影響を与える点は注目すべきである。扉体の末端に向かって単純捩りモーメントは比例的に減少するが、曲げ捩りモーメントの値は同じ程度を保ちながら周期的に変化するので、扉体の中央や末端では曲げ捩りの影響は一層顕著なものとなる。しかし、小形ゲートではこの部分は強度的に十分余裕があるのが普通であって、乱れ現象を無視しても工学上問題になることはない。超大型ゲートにあっては、経済設計的

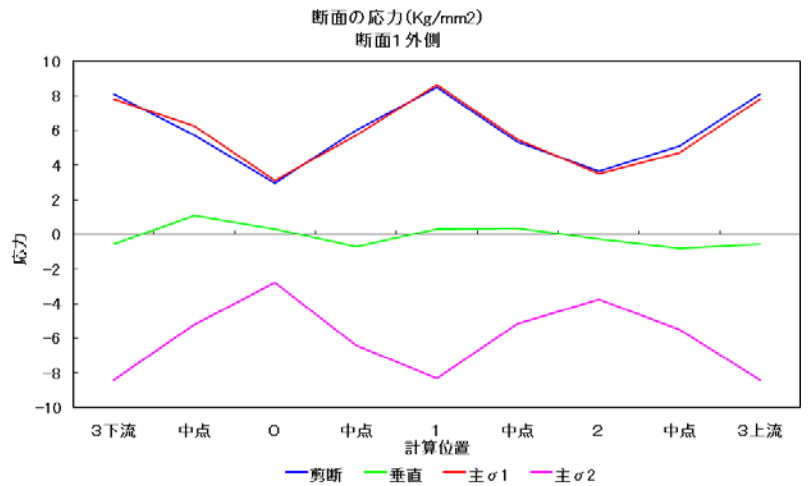


図 3 . 1 - 7 5

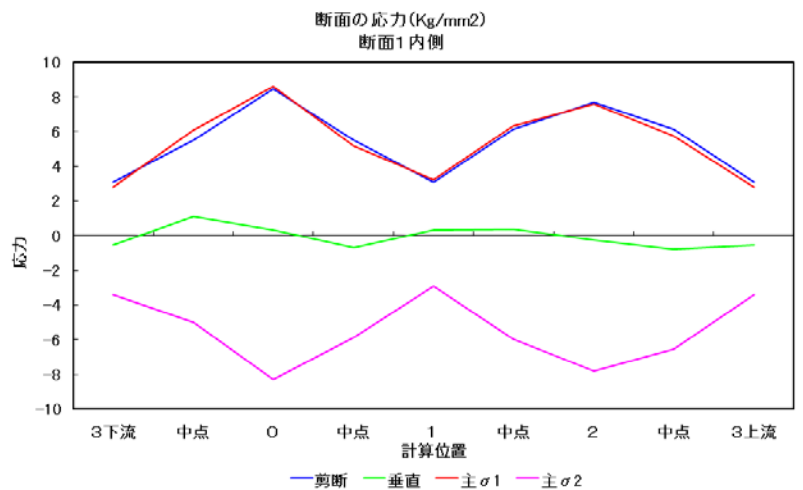


図 3 . 1 - 7 6

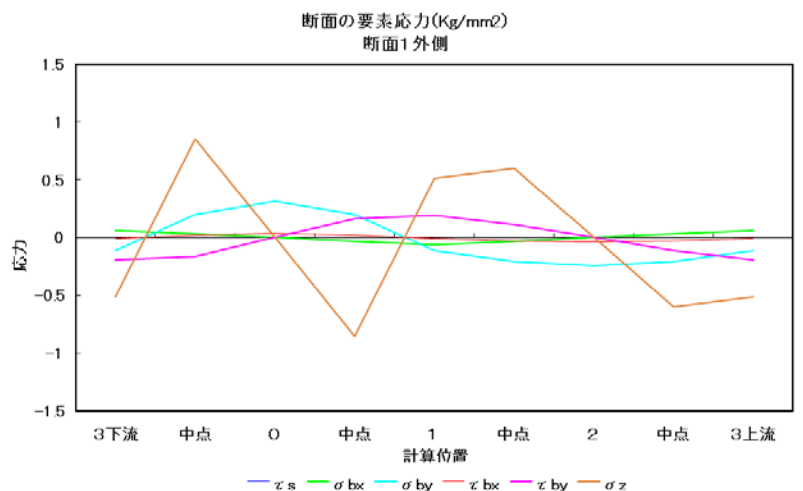


図 3 . 1 - 7 7

考え方から断面の板厚を末端に向かって減じて行くのが普通であって、扉体の広範囲に渡って強度的に臨界状態となるので、曲げ捩り現象を無視した設計は成り立たない。 曲げ捩り現象は捩り構造ゲートの断面力に大きな影響を及ぼさないが、断面内の応力分布は大きな影響を受け、超大型ゲートではその影響が無視できないのである。

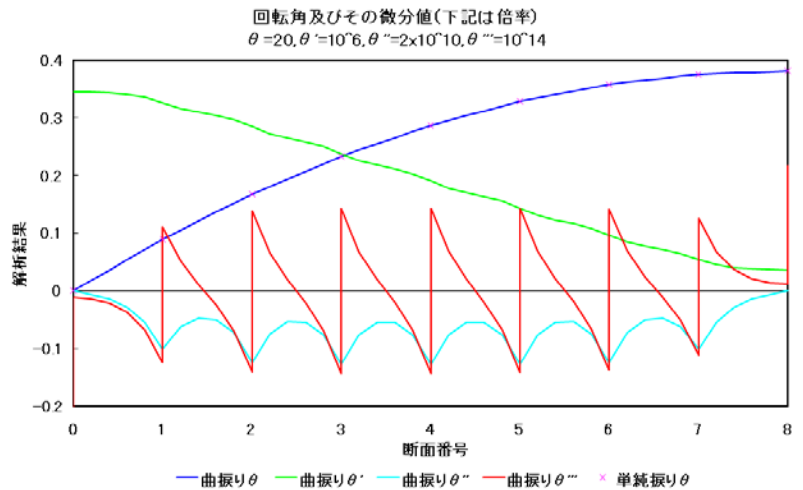


図 3 . 1 - 7 8

[解析例 5]

箱型断面を片側で支持したケースである。図 3 . 1 - 7 8 ~ 8 3 が曲げ捩り理論による解析結果である。図 7 8 が変形量、図 7 9 及び 8 0 が内力を示す。大きな傾向は解析例 1 と同じであるが、細部について若干異なる。及び、の支承点と支承点の間の変化が解析例 1 では 0 軸に張り付く傾向があるのに対して、解析例 5 では 0 軸から離れている。この相違は主に式 (34) で定義した k 値によるものと考えられる。解析例 1 ではこの値は $K = 9.73$ であるのに対し、解析例 5 では $K = 3.07$ である。 k が 3.07 より小さいと は 0 軸から益々離れ、 と 0 軸の交差角度が更に大きくなる傾

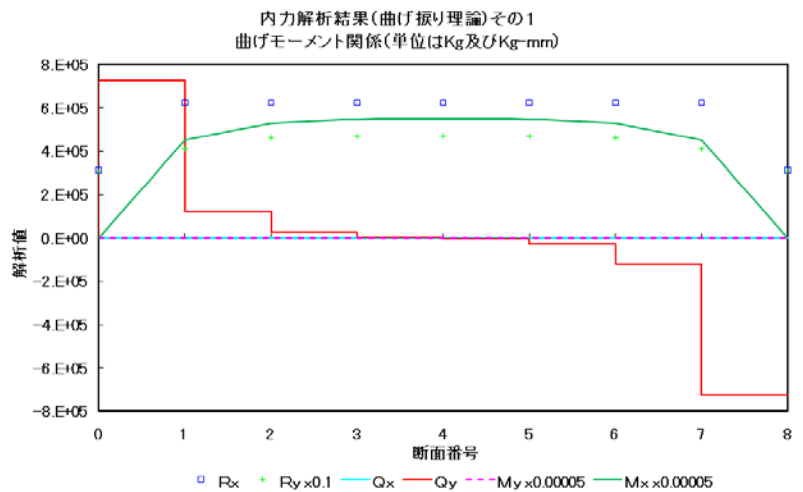


図 3 . 1 - 7 9

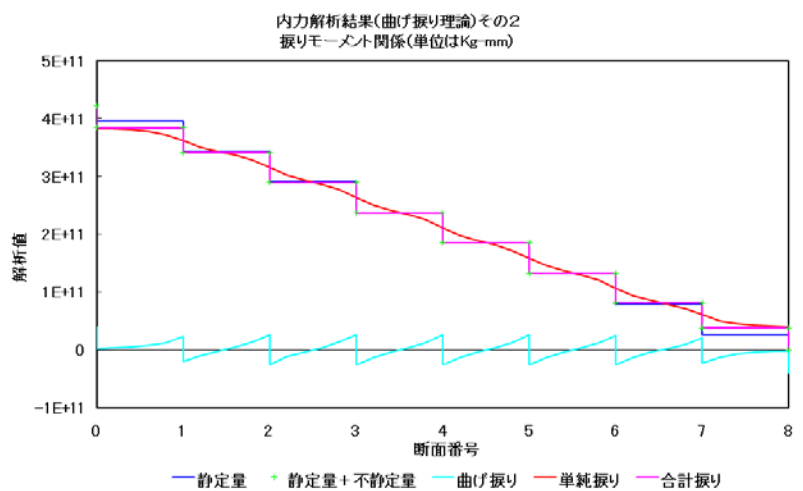


図 3 . 1 - 8 0

向がある。又、 k が 9.73 より大きいと σ_{11} と σ_{22} が 0 軸に密着する範囲が広がることも確認された。即ち、 k が大きくなると曲げ捩りの影響範囲が支承近くに限られてきて、小さくなるとその範囲が広がる。 k には支承間隔が乗じられているので、支承間隔が長くなると曲げ捩りモーメントが大きくなるが影響範囲が狭まると言う相反する面を持っている。 k は、曲げ捩り断面係数で割られているので、断面係数が大きくなると影響範囲が広がる側面もある。 k が無限大となるのは $C_{bd} = 0$ の場合であり、式 (e) で $C_{bd} = 0$ 、即ち、単純捩りに相当するので、単純捩り理論で得られた式を適用する必要がある。図 8.1 ~ 8.3 は剪断応力、垂直応力、及び、主応力を示している。それぞれの図は断面 1 側、中間、断面 2 側に対応している。剪断応力の乱れは 1 と 2 で多く、方向が逆で、中間で少ないが、解析例 1 に比較すると全体的に少ない。区分数はどちらも同じであるから、単純捩りモーメントと曲げ捩りモーメントの平均的比率は等しい筈であるので、この差は形状の影響であると考えられ

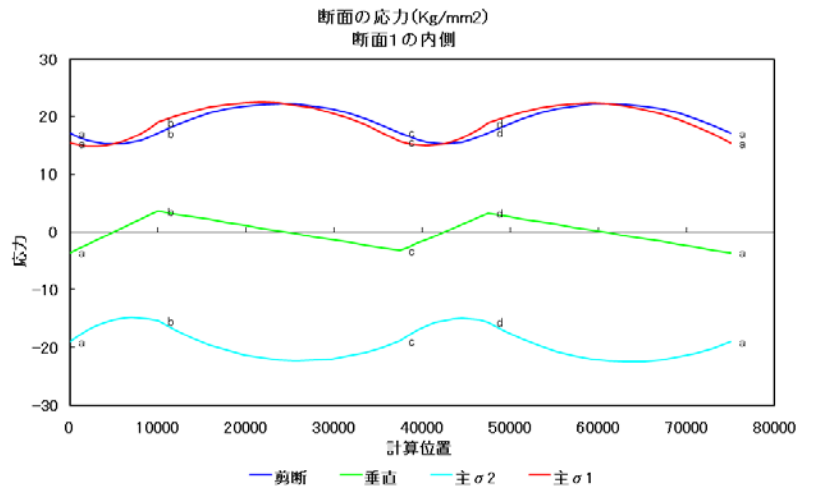


図 3.1 - 8.1

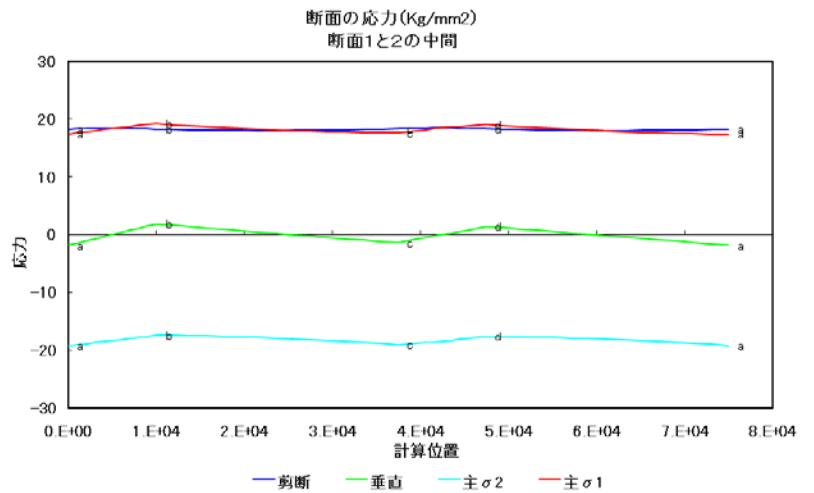


図 3.1 - 8.2

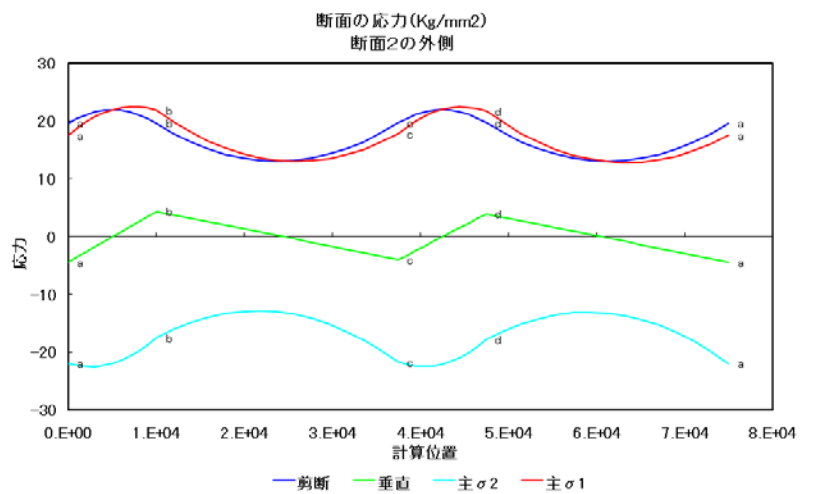


図 3.1 - 8.3

る。即ち、魚腹型断面よりも、長方形断面の方が曲げ捩りモーメントに対して断面効率が高いことを示しているものと考えられる。曲げ捩りモーメントの平均振幅と全捩りモーメントの比率は、前述した様に、分割数で定まるので、曲げ捩りに対する断面効率 e_{bd} は曲げ捩りと単純捩りによる剪断応力の算出式 (ad) 及び (aj) に含まれる係数の比率で作った次の係数で表すこ

$$e_{bd} = \left\{ \frac{q_w}{t} \cdot \frac{1}{C_{bd}} \right\} \div \left\{ \frac{q_s}{t} \cdot \frac{1}{J_t} \right\} = \frac{q_w}{q_s} \cdot \frac{J_t}{C_{bd}} = \frac{q_w \cdot 2A_s}{C_{bd}} \quad \dots\dots (47)$$

とができる。 q_w は断面上での最大値を用いる必要がある。 e_{bd} は値が小さい程曲げ捩り応力が小さく、従って、効率が良いことを示す。下表は 3 . 1 . 4 . 1 項で用いた 9 種類の断面について計算した結果である。例 1 は no.2、例 5 は no.5 である

no	形 状		板厚分布	A_s (mm ²)	q_{wmax} (mm ⁴)	C_{bd} (mm ⁶)	e_{bd}
1	円		均一	28274333	0	0	0
2	魚腹			9366847	8.37E +9	2.09E+16	7.50
3	レウス			6522197	6.13E +9	1.03E+16	7.76
4	楕円			16604449	1.03E+10	2.43E+16	14.08
5	箱型	縦長	均一	275000000	5.91E+12	8.75E+20	3.71
6		横長		275000000	5.91E+12	8.75E+20	3.71
7	正四		均一	756250000	0	0	0
8			下辺 1/2t	756250000	9.07E+12	1.54E+21	8.91
9			右辺 1/2t	756250000	9.07E+12	1.54E+21	8.91

(3) 模型実験

図 3 . 1 - 4 5 に示した断面応力の計測結果に曲げ捩り理論による解析結果を σ_{θ} で示した。計測断面が断面 0 と断面 1 の中間であり、実験模型の k 値は $k = 20.4$ であるので、計測断面に於いて $\theta = \theta' = 0$ となり、解析結果は単純捩り理論と一致する結果となったが、両者が実験値に非常に近い値を示していることはそれなりに意義がある。

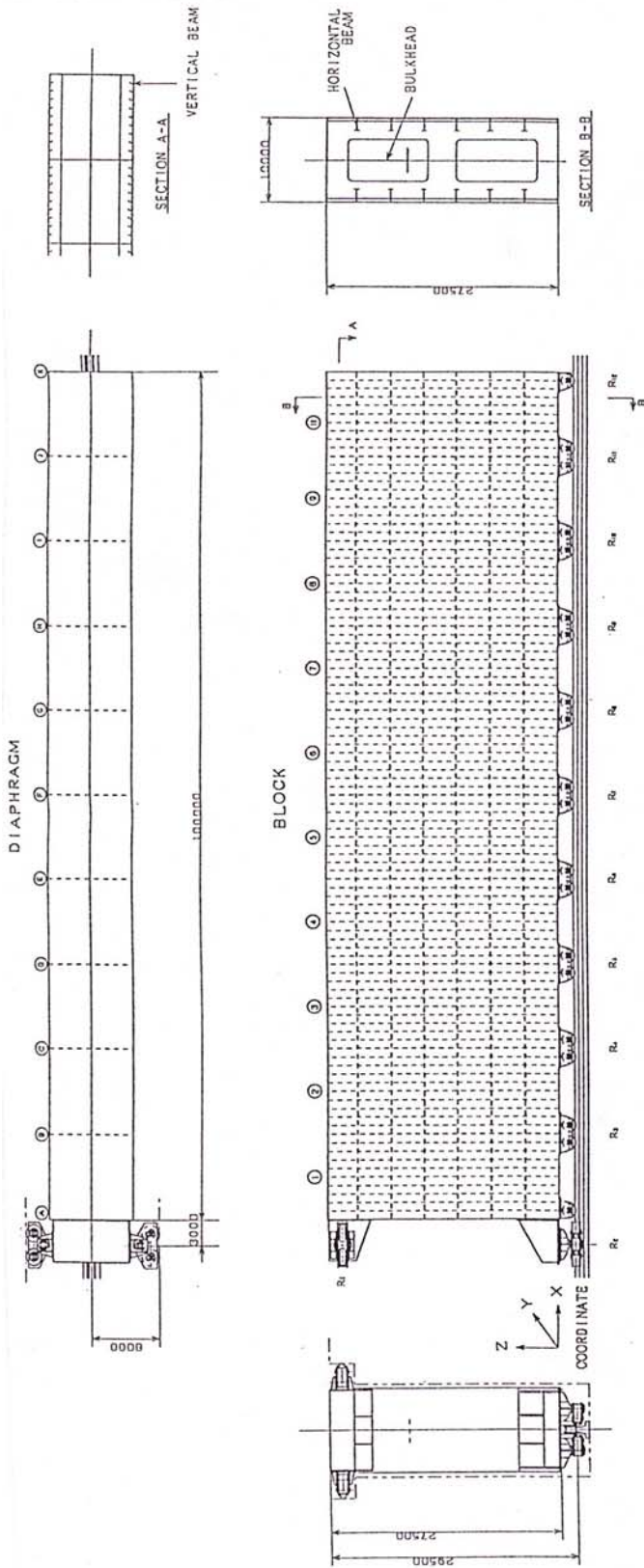
3 . 1 . 4 . 3 有限要素法による解析例

コンピュータの発達は昭和 5 0 年代に入って加速され、現在で有限要素法による大型構造物の解析が机上のパーソナルコンピュータで行える時代である。その結果、捩り構造ゲートの構造解析もより合理的に行える様になった。本項では図 3 . 1 - 1 1 に示した超大型ゲートを例として、有限要素法による解析の意義につき論じる。尚、有限要素法の理論は既に十分普及した考え方であるから、ここではその中身については言及しない。

(1) 変形の再現性

構造解析に於ける有限要素法はこれ迄に種々の種類の要素を用いた方法が実用化されて来たが、対象構造物の性格と解析目的に対して適切な方法が選択され、又、要素分割が正しく行われるならば、解析結果は模型実験に劣らない再現性を持っている¹⁾。即ち、曲げ捩り理論が自然現象にかなった考え方であるならば、有限要素法による解析結果にはその証しが現れる筈である。引用例ではゲート全体を一体として解析しているが、得られた応力分布は複雑であり、横断面や防撓材の変形を考慮しても、単純捩り理論では説明できない部分があり、曲げ捩り理論の考え方を通して眺めることにより、始めて、理解できることを示す。

¹⁾文献(4)。



SKIN PLATE AND BEAM

+TENSION
-COMPRESSION

BLOCK	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
SKIN PLATE THICKNESS	34	18	14	10	10	10	10	10	12	12
BULKHEAD THICKNESS	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
HORIZONTAL BEAM SECTION MEMBER(mm)	I 1500x271 x35/70	I 1500x899 x30/50	I 1000x546 x23/55	I 800x389 x10/50	I 800x244 x10/50	I 800x244 x10/50	I 800x244 x10/50	I 800x244 x10/50	I 800x244 x10/50	I 800x244 x10/50
VERTICAL BEAM SECTION	I 400x100x12/78									
MAXIMUM PRINCIPAL STRESS (kgf/cm ²)	+10.88 -13.08	+13.74 -14.44	+13.14 -14.18	+11.99 -13.28	+11.99 -13.28	+11.99 -13.28	+11.99 -13.28	+11.99 -13.28	+11.72 -12.77	+11.72 -12.77
HORIZONTAL BEAM	+4.54 -4.59	+4.40 -4.70	+4.44 -5.35	+4.76 -5.76	+4.76 -5.76	+4.76 -5.76	+4.76 -5.76	+4.76 -5.76	+5.15 -6.08	+5.15 -6.08
VERTICAL BEAM	+13.15 -13.08	+16.85 -17.45	+8.19 -7.50	+8.41 -12.07	+8.41 -12.07	+8.41 -12.07	+8.41 -12.07	+8.41 -12.07	+10.52 -13.21	+10.52 -13.21
SKIN PLATE	+9.38 -9.60	+12.10 -12.28	+10.70 -10.93	+8.81 -9.05	+8.81 -9.05	+8.81 -9.05	+8.81 -9.05	+8.81 -9.05	+9.46 -12.21	+9.46 -12.21
BULKHEAD	10.82	12.85	11.43	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	9.53	9.53
HORIZONTAL BEAM	3.92	3.85	3.35	3.54	3.54	3.54	3.54	3.54	3.74	3.74
VERTICAL BEAM	1.59	1.85	3.35	5.49	5.49	5.49	5.49	5.49	8.90	8.90
SKIN PLATE	8.67	0.43	0.38	0.64	0.64	0.64	0.64	0.64	1.54	1.54

DIAPHRAGM

THICKNESS (mm)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
MAXIMUM PRINCIPAL STRESS (kgf/cm ²)	+11.25 -12.46	+9.45 -9.44	+6.09 -9.14	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33	+5.37 -8.33
SHEARING STRESS (kgf/cm ²)	11.65	9.28	6.84	6.42	6.42	6.42	6.42	6.42	6.42	6.42	6.42

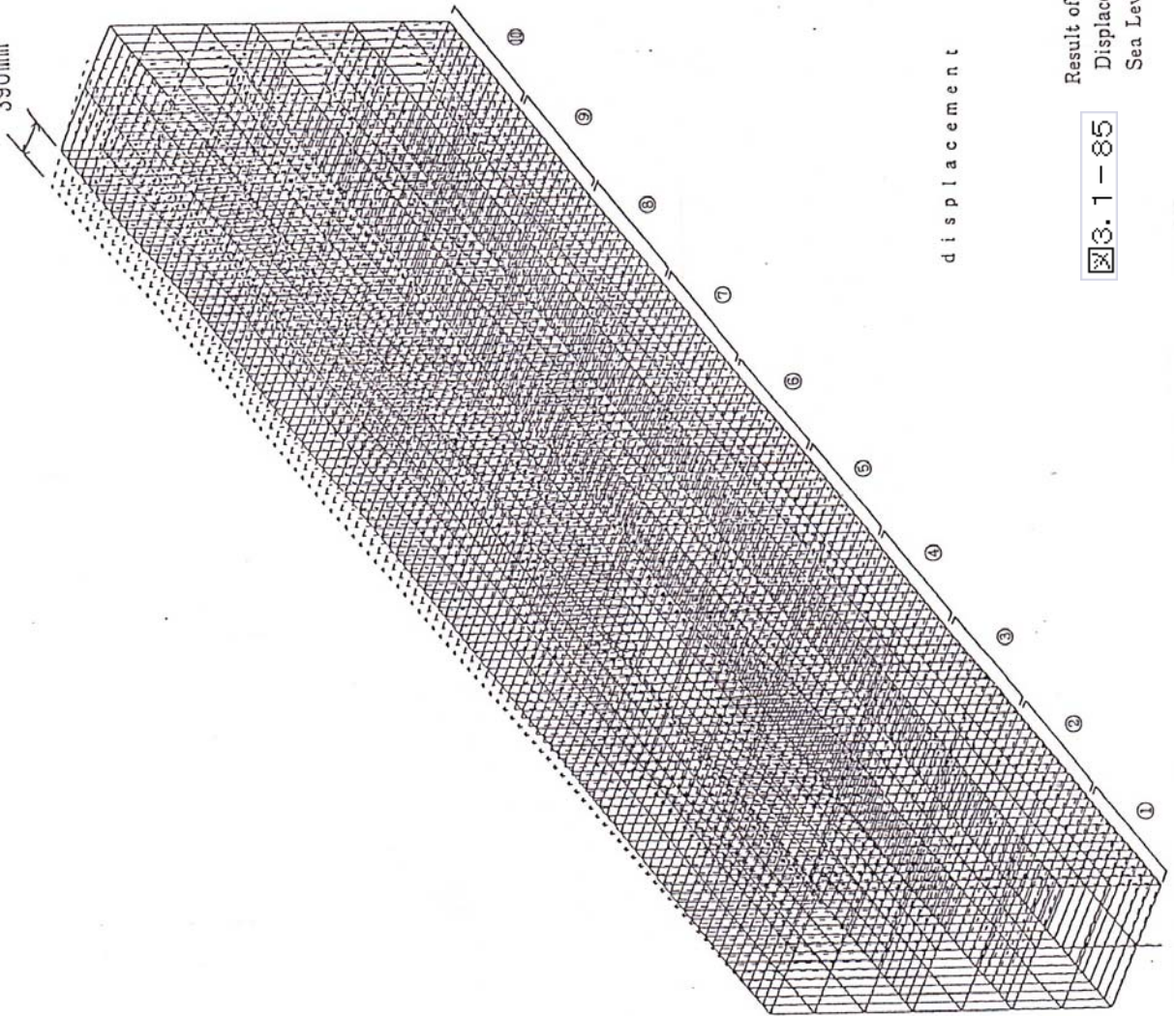
REACTION FORCE

Y-0 DIRECTION	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12
Y-0 DIRECTION	-5192	+4038	+182	+325	-665	-928	-729	-928	-734	-717	-734	-1317
Z-0 DIRECTION	0	+137	+432	+312	+233	+218	+204	+187	+173	+164	+153	+79

Result of Structural Analysis of Tidal Gate (Torsion Type)
Principal Stress Table
Sea Level Canal 250000 DWT Canal Option



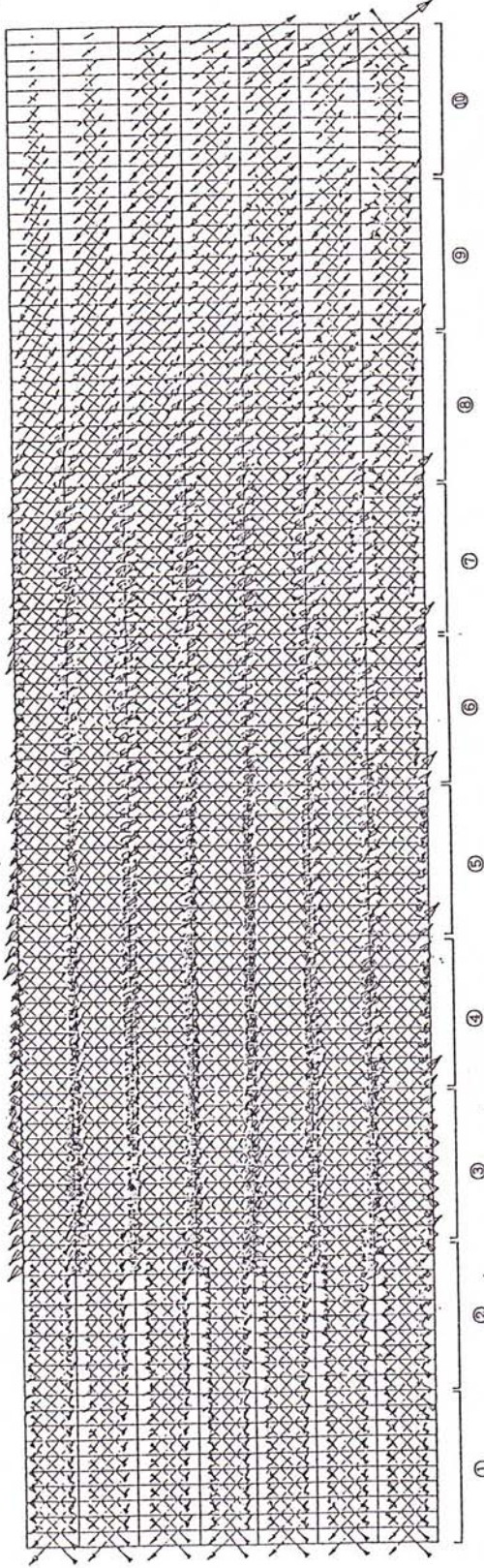
390mm



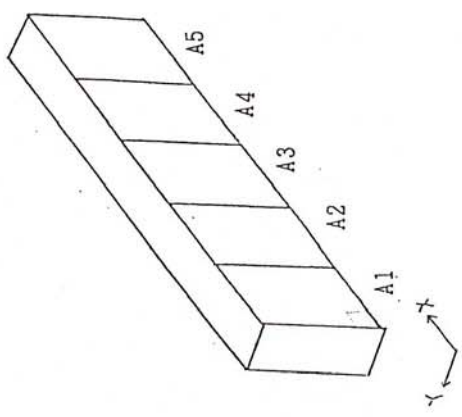
displacement

Result of Structural Analysis of Tidal Gate (Torsion Type)
Displacement Diagram
Sea Level Canal 250000 DWT Canal Option

3.1 - 85



PRINC STRE	1.37E1
CASE NO.	1



3.1-86 principal stress A1 - A5 (top)

Result of Structural Analysis of Tidal Gate (Torsion Type)
 Principal Stress Diagram
 Sea Level Canal 250000 DWT Canal Option

(2) 解析結果

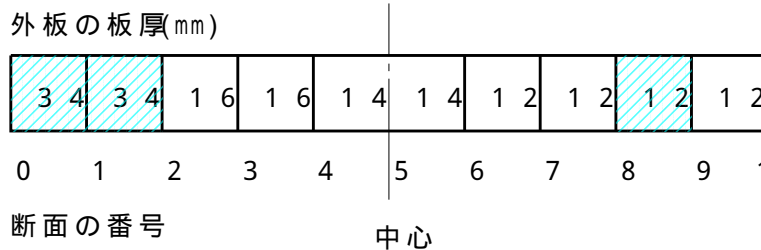
文献¹⁾の説明を引用して示す。事例の扉体形状は図 3 . 1 - 1 1 に示した。扉高27.500m x 扉巾200.000mであり、中央で分割された横引きゲート (Rolling Gate) で、図に示されているのはその半分である。扉体は、全閉時の大きな水圧力 (解析条件) に対して、片側で支持される。支持側断面の上部と下部は、コンクリート構造に埋め込まれた戸当たり金物により、直接支持される。扉体断面は箱型であり、扉板は1m間隔で補助縦桁により補強され、補助縦桁は、高さ方向に6本配置された、水平桁で支持されていて、水平桁は10m間隔で並んだ肋板で支持されている。各肋板の底部は、支承に代わり、ローラで支持されている。扉体内部は幾つかの区画に分かれていて、浮力タンクとして使用される。浮力タンクには扉体中心線に沿って縦方向の隔壁が設けられているが、底板はない。即ち、剪断流ループは全体断面だけである。有限要素法による解析は、IBM9021を用い、NASAの開発したプログラム " NASTRAN " で行った。要素節点の自由度は6であり、梁要素を混ぜて用いることができる。図 3 . 1 - 8 4 ~ 8 6 は解析結果である。図 8 4 は形状と部材寸法、及び、主要部の主応力と剪断応力及び支点反力を示す。事例内容は実現の可能性を検討する為のものであり、形状や部材寸法は総て暫定的な値である。図 8 5 は要素の分割要領及び全体変形を示す。要素分割は水平桁の位置で高さ方向に7分割、縦通隔壁の位置で巾方向に2分割、補助縦桁の位置で長さ方向に100分割であり、ゲート全体が約2500の板要素と約2000の梁要素に分割されている。水圧荷重は扉板に作用させたが、以上述べた分割方法からして、板要素に局所的な曲げは発生していない。図 8 6 は扉板上の主応力の大きさと方向を示している。扉板全体が純剪断に近い状態にある。

(3) 断面応力の比較

断面応力について有限要素法と弾性方程式の比較を行う。有限要素法については前項 (2) で扉板の主応力を示したが、断面全体の応力が必要であるので、新たに計算した結果を用いる。図 8 4 に示される寸法に従い、参考文献と同じプログラムを用いて、IBM750

¹⁾文献 (9)

により計算したが、扉板の主応力が図 8 6 から読み取った値と一致することを確認した。板要素の応力は板の両面の値が得られ、補助桁などの変形で若干の差が生じたので、二つの値を平均した値を用いた。又、板要素の応力は板要素の中央の値と考えられるので、比較は板要素の中央を通る断面で行うことを基本としたが、ローラ間の中間の断面は要素の境界に一致するので、隣合う要素の値の平均値をもってその断面の応力とした。図 3 . 1 - 8



境界に一致するので、隣合う要素の値の平均値をもってその断面の応力とした。図 3 . 1 - 8

7 は有限要素模型の断面番号と外板板厚の分布を示す(断面番

図 3 . 1 - 8 7

番は図 8 4 に示すローラ番号と

異なる)。板厚は各断面とも全周一様である。応力を比較する断面は、曲げ捩り理論による弾性方程式の適用が一様断面に限られることを考慮して、0 ~ 1 間、1 ~ 2 間、及び、8 ~ 9 間(図 8 5 の斜線部分)における左端、中央、右端の9 断面とした。弾性方程式の解析モデルは有限要素模型と同じ外形寸法を持ち、片側支持で、板厚が $t = 34\text{mm}$ 、及び、 $t = 12\text{mm}$ の 2 種類とし、断面 0 ~ 2 の間の値は 34mm 模型の支持端から同じ位置にある断面の値を用い、断面 8 ~ 9 の値は 12mm 模型の非支持端から同じ位置にある断面の値を用いて、有限要素模型の値と比較する。34mm 模型は図 1 5 及び 6 6 に応力の分布形状を示した断面と同じものであり、有限要素模型と外形が同一であるが補助的な部材は総て省略されている。12mm 模型はこれと板厚が異なる断面であるが、応力の分布形状は同じ図が適用できる。図 3 . 1 - 8 8 ~ 9 0 は主応力 σ_1 及び σ_2 を曲げ捩り(曲げ)、有限要素(有限)、及び、単純捩り(単純)について比較している。図 8 8 が断面 0 ~ 1、8 9 が断面 1 ~ 2、9 0 が断面 8 ~ 9 に対応していて、各グラフに示す"内側"及び"外側"は扉体の中心(図 8 7 参照)側か反対側かを示している。グラフの中の a ~ d は図 1 5 及び 6 6 に示す断面内の場所記号に対応している。曲げ捩りの結果が単純捩りよりも有限要素法の値を全体的に良く近似している。図 3 . 1 - 9 1 ~ 9 3 は剪断応力及び垂直応力を曲げ捩り、有限要素、及び、単純捩りについて比較している。図 9 1 が断面 0 ~ 1、9 2 が断面 1 ~ 2、9 3 が断面 8 ~ 9 に対応している。曲げ捩りの結果が有限要素法の値をより良く近似している様子が一層鮮明である。有限要素法と曲げ捩りの結果は本来良い一致を示す筈であるが、両者を詳しく比較して見ると、断面 2 の外側、及び、断面 8 ~ 9 に於いてかなりの食い違いが認められる。この結果は主に曲げ捩りの解析に取り入れたモデル化に原因があると考え

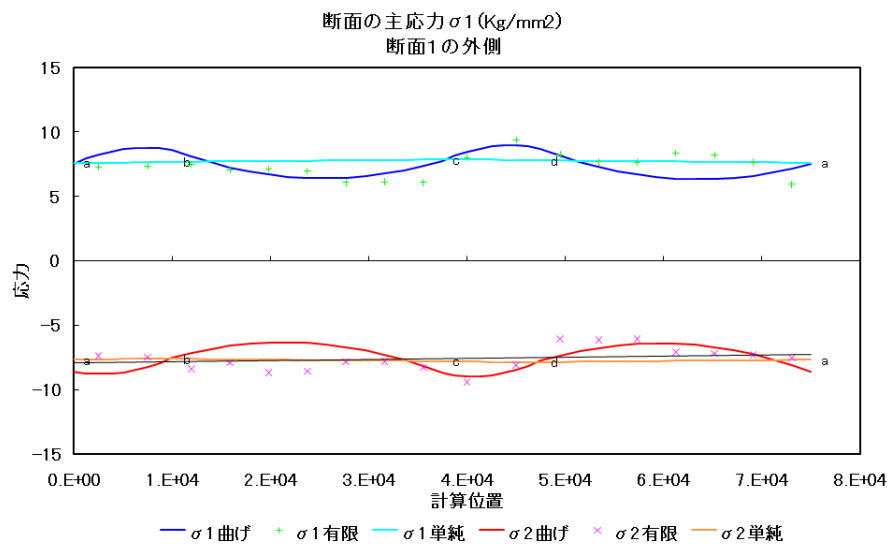
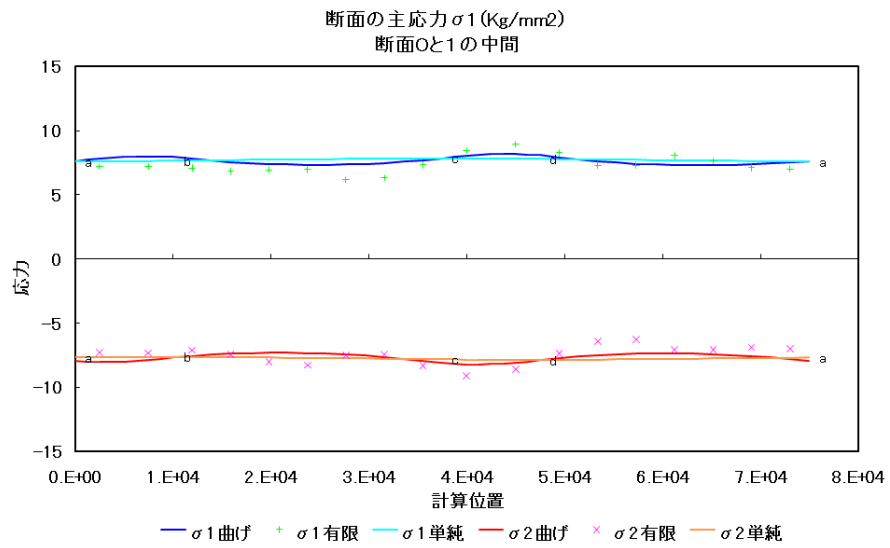
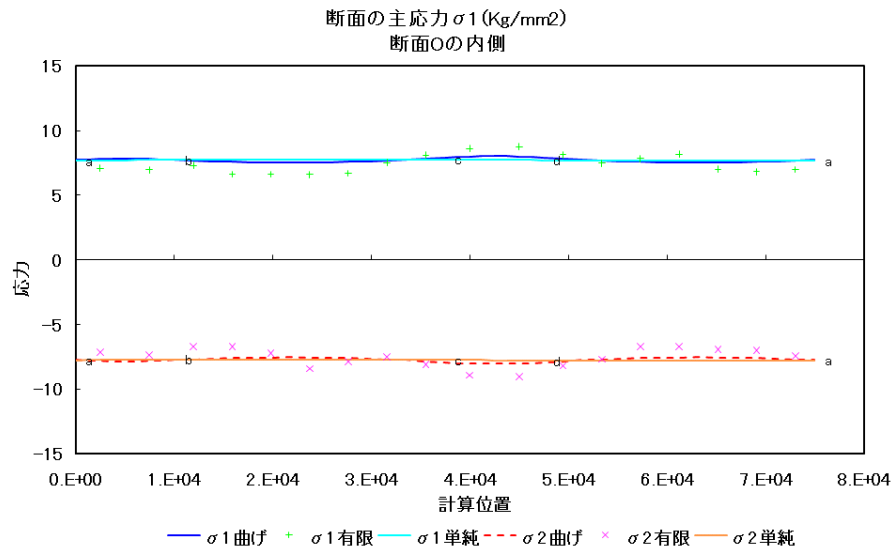


図 3 . 1 - 8 8 主応力 断面 0 ~ 1

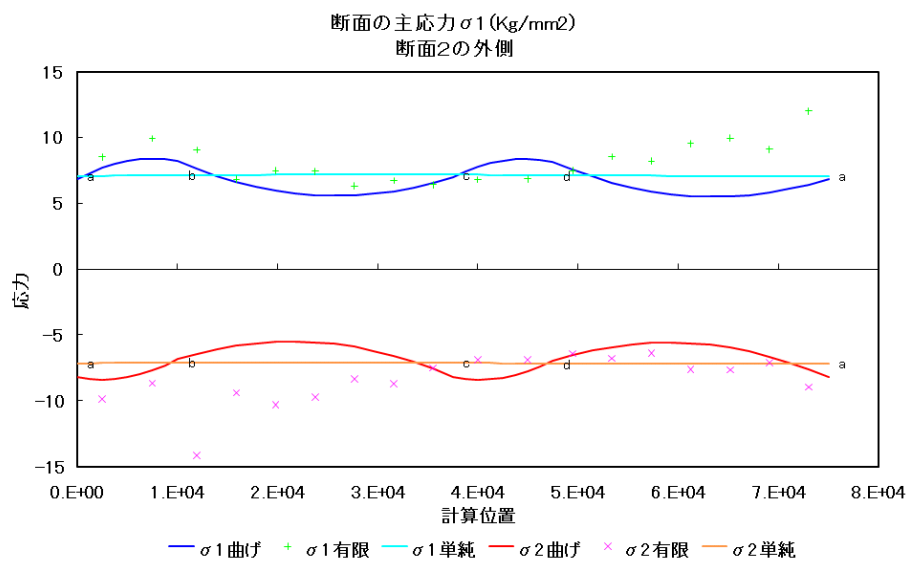
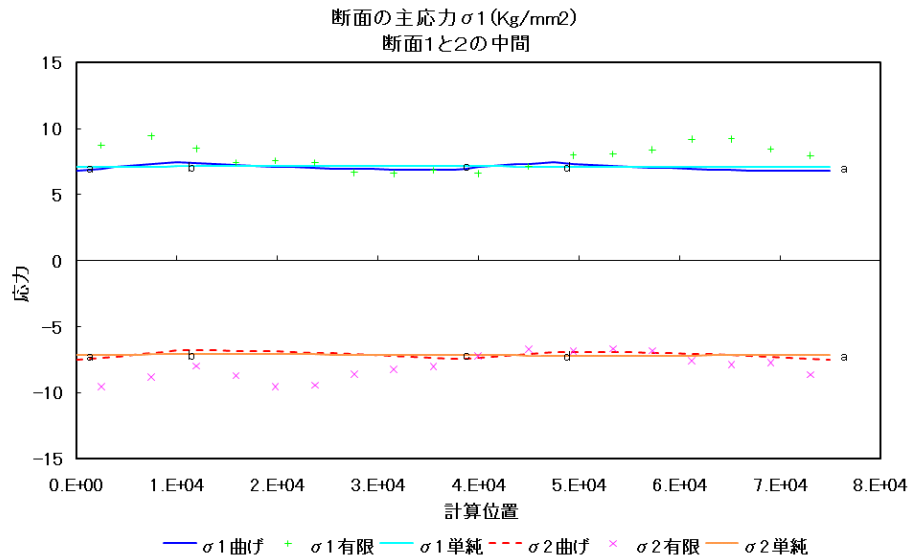
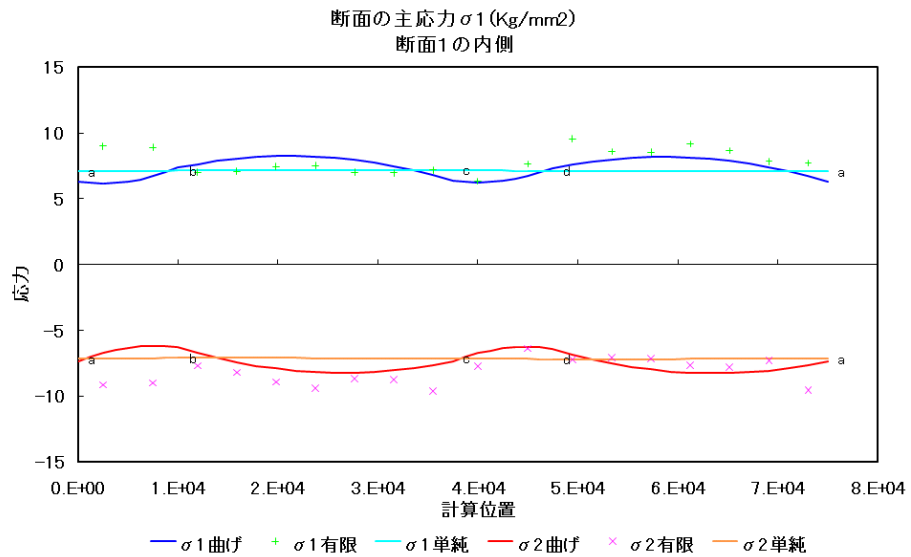


図 3 . 1 - 8 9 主応力 断面 1 ~ 2

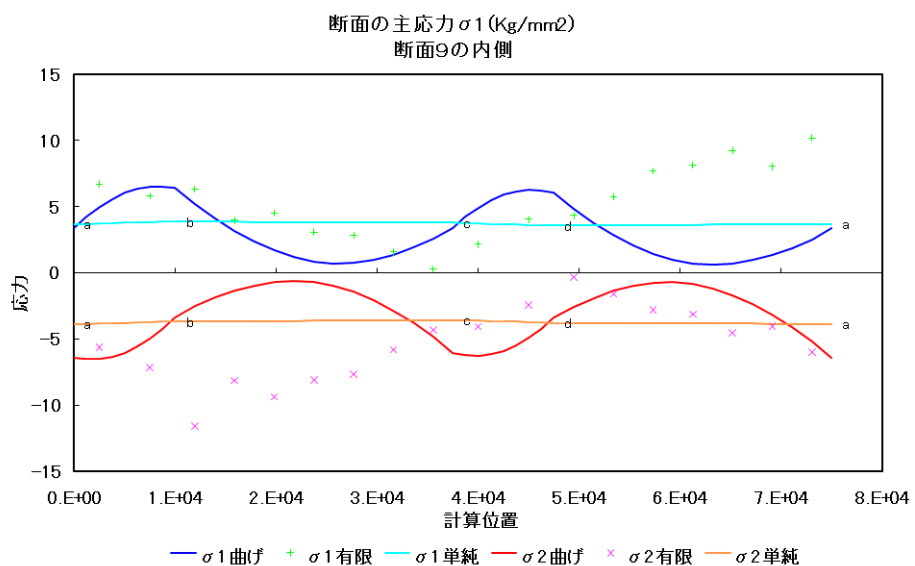
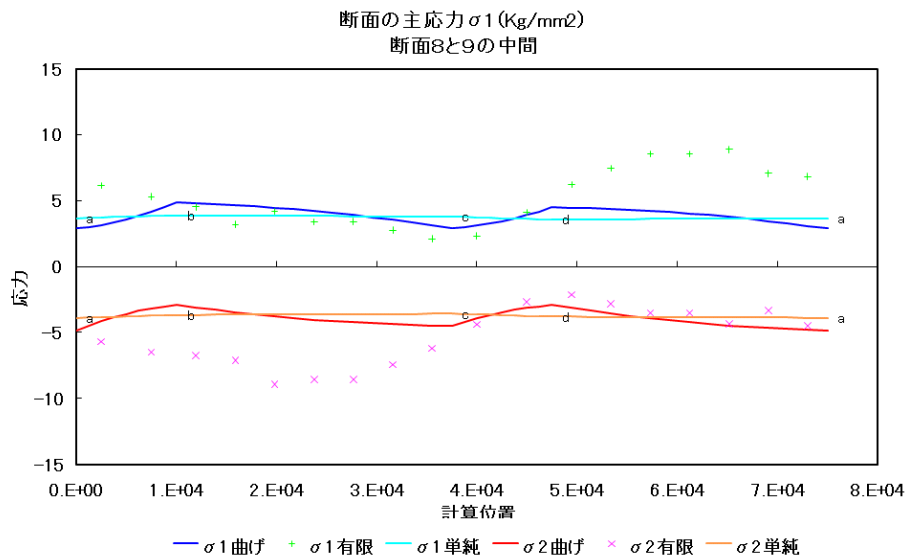
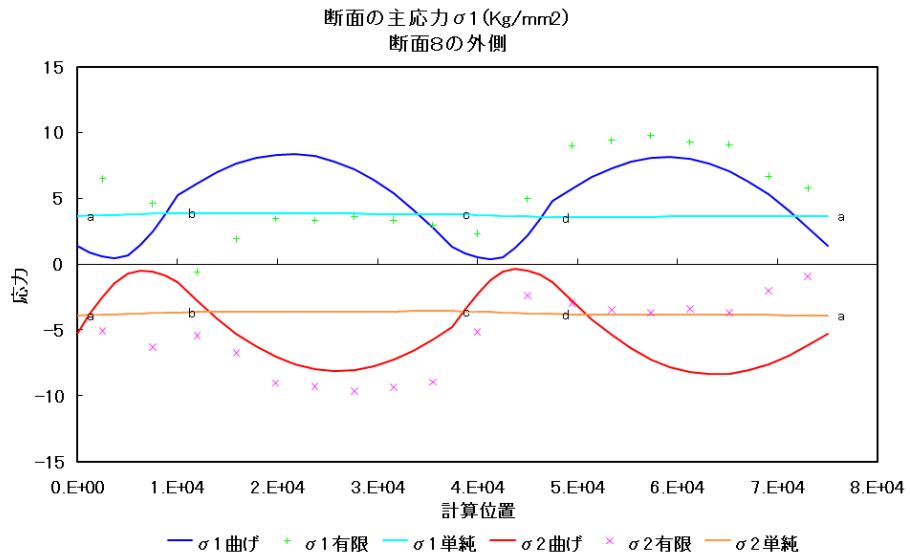


図 3 . 1 - 9 0 主応力 断面 8 ~ 9

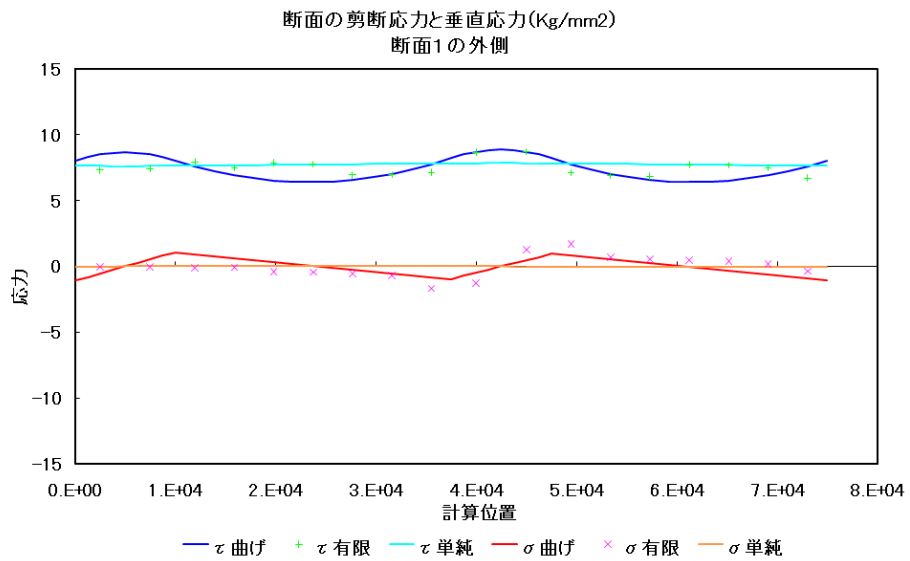
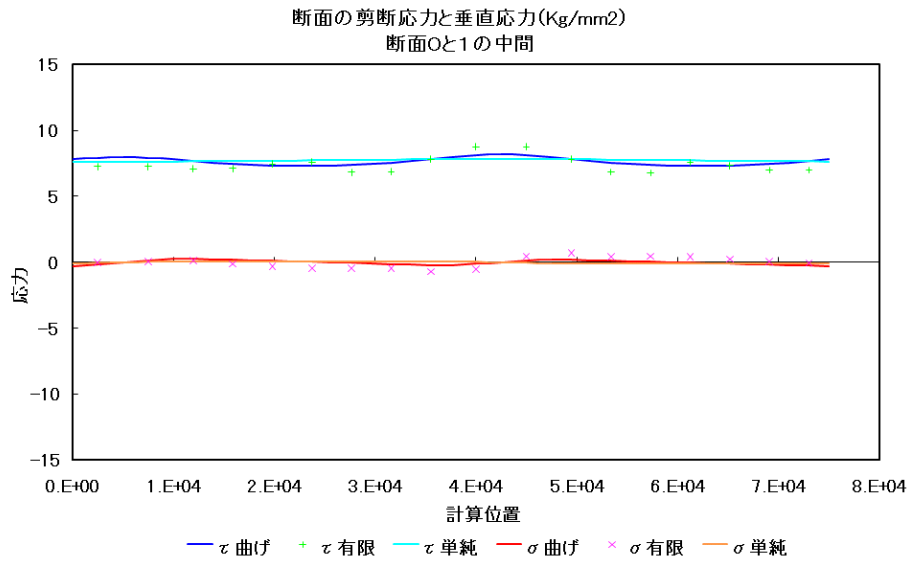
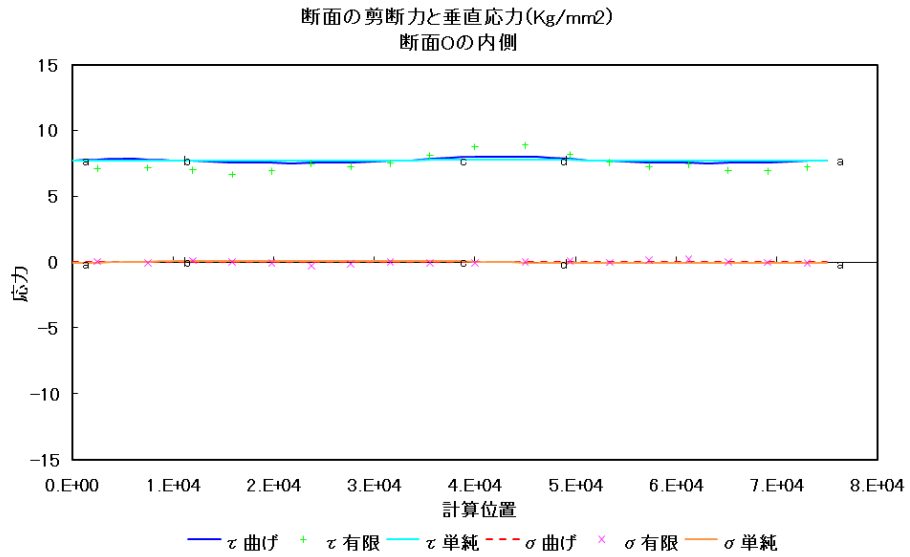


図 3 . 1 - 9 1 剪断・垂直応力 断面 0 ~ 1

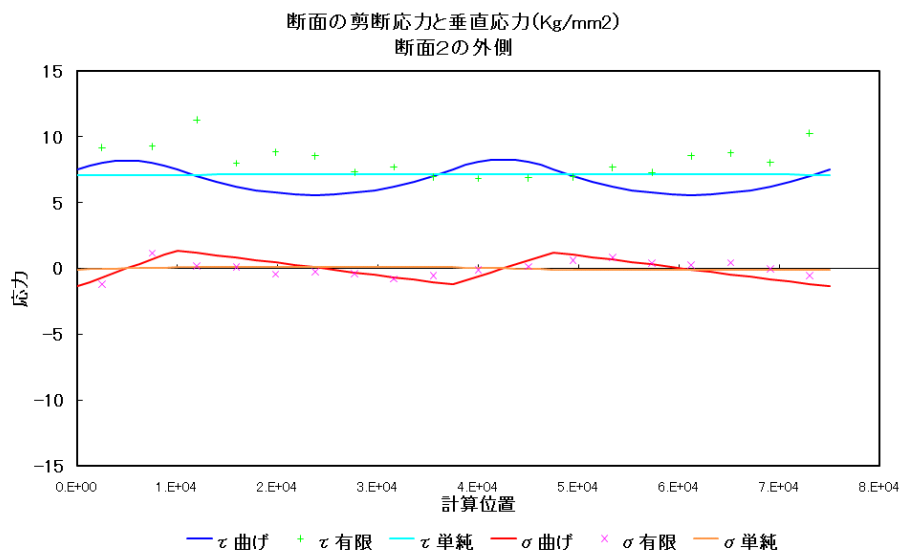
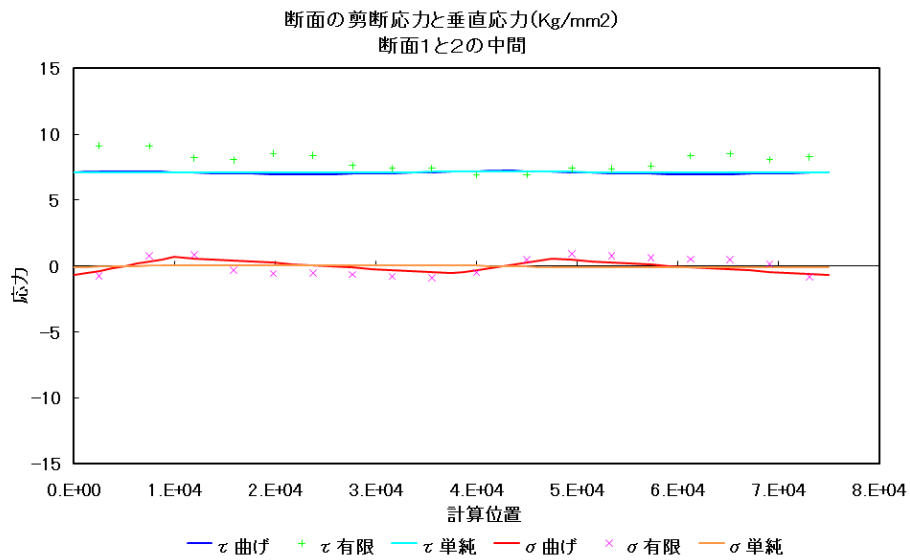
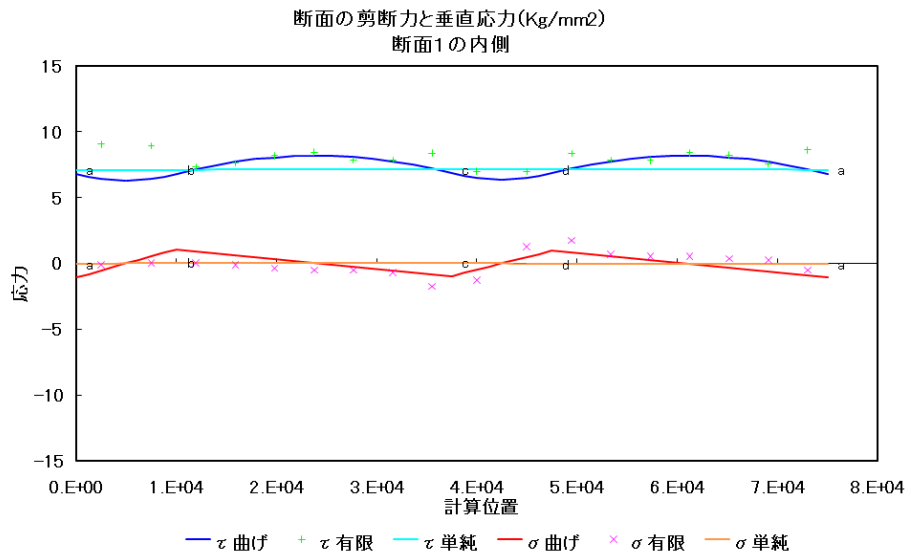


図 3 . 1 - 9 2 剪断・垂直応力 断面 1 ~ 2

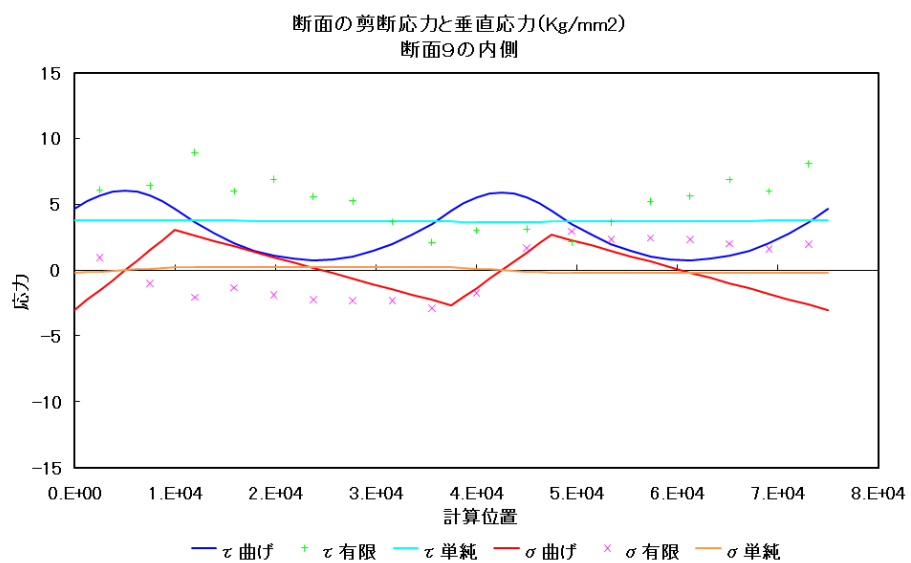
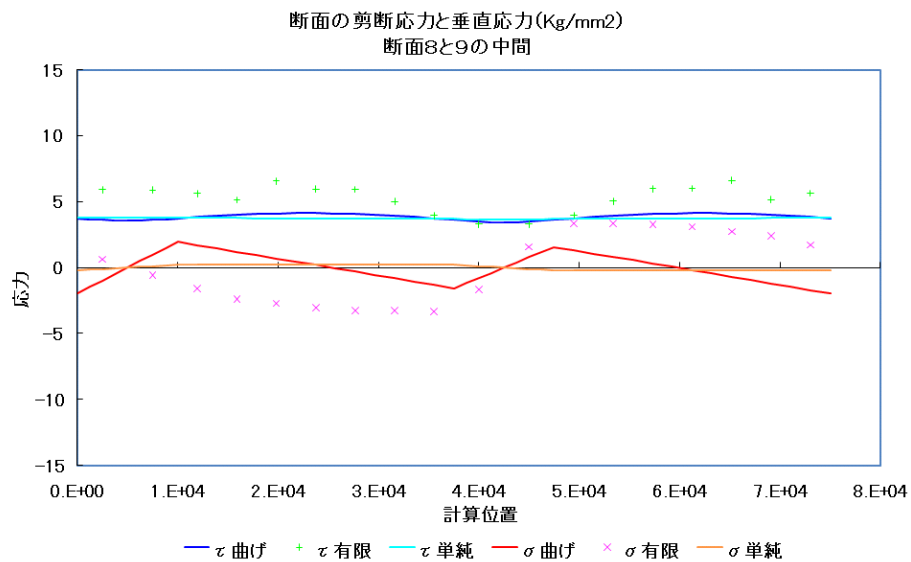
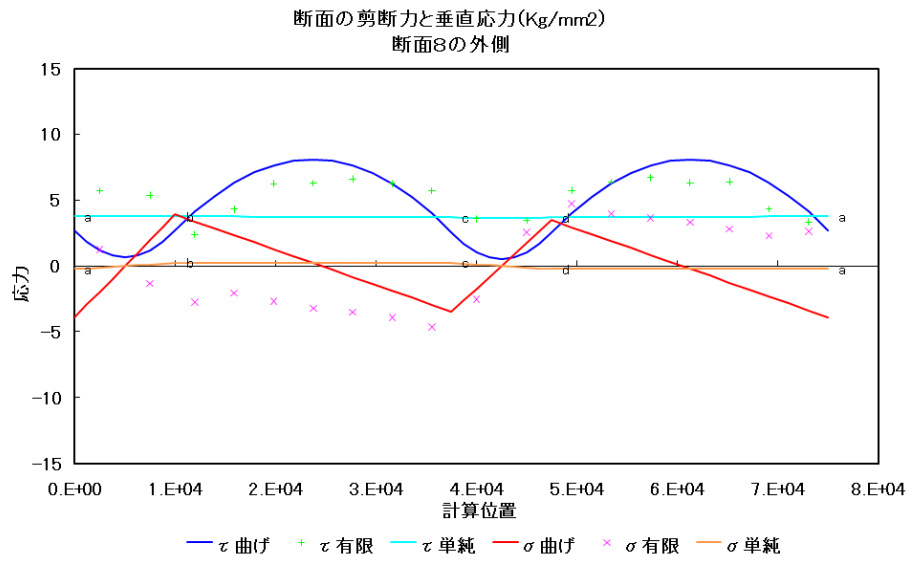


図 3 . 1 - 9 3 剪断・垂直応力 断面 8 ~ 9

られる。即ち、荷重による横断面変形はないと仮定したこと、荷重をローラ位置の集中荷重に置き換えたこと、及び、全長を同一板厚としたことである。ローラを含む横断面は剪断流変化、ローラ反力、及び、水圧荷重などの影響でかなり変形する筈であり、又、ローラ間の補助部材は水圧荷重で局部的に変形すると考えられるが、これらの荷重は扉体全長にわたりほぼ一定の大きさと考えられるので、剛性の少ない断面 8 ~ 9 に影響が大きく現れている筈である。有限要素応力における a 及び b 点の乱れはローラ反力の影響が大きい可能性を示している。板厚変化の影響は不静定反力分布に現れ、その度合いは断面 2 付近で最も大きいものと考えられる。曲げ捩り理論による弾性方程式は局部変形と断面変化に対応できていないが、局部変形については単純理論の(4)項で述べた方法で近似的に補うことができる。

以上で明かな様に、有限要素法と弾性方程式の統一性を欠いた比較であったにも関わらず、曲げ捩り現象が応力分布に大きく影響していることは否定し難く、曲げ捩り理論による弾性方程式が断面変化に対応できない限り、超大型ゲートの設計には有限要素法による解析が不可欠であることを示している。

3.1.5 まとめ

振り構造を採用した魚腹型転倒ゲートはヨーロッパに於いて1931年に稼働していた記録がある。日本に於ける魚腹型の実用化はずっと遅れたが、普及の方向がヨーロッパと若干異なり、断面形状は魚腹形から離れている場合もあって、本論文では呼称を振り構造、又は、振り構造ゲートとした。

振り構造の特徴：(1) 外力が振りモーメントを形成できる条件にある。(2) 断面の振り剛性が大きい。(3) 扉体が横長の場合に軽量である。(4) 疲労破壊に強い。

弾性方程式の組立：(1) 片側支持が基本である。両端支持はその1ケースとして解かれる。(2) 非支持端の移動量は未知数の一つであり、弾性方程式の解として定まる。(3) 方程式は振り変形と曲げ変形で組み立てられる(剪断変形は無視)。(4) 集中荷重による内部振りモーメントも算入する(断面が変化する場合)。

振り構造ゲートは立体骨組みとして解析できる。部材重心と剪断中心のずれの問題は肋板を剛体として扱うことで解消される。

単純振り理論による解析結果：(1) 片側支持と両端支持は、扉体断面が一様である場合、曲げ変形量が等しい。(2) 断面変化があると剪断力及び曲げモーメントが急激に増加し、扉体巾方向の分布に乱れが生じるが、内部振りモーメントへの影響は僅少である。(3) 支承点の、最大Iの方向の、拘束を解放すると、最大Iの影響が大幅に緩和される。(4) 支承点の、最小Iの方向の、位置を剪断中心と一致させると、最大Iの影響が無くなる。(5) 親ゲートの撓み変形は子ゲートの開閉機能を損なわない。但し、扉体応力が局部的に高くなる可能性がある。(6) 閉断面隅部に剪断による応力集中が発生する。(7) 以上の各項は曲げ振り理論にも通用する。

曲げ振り理論による解析結果：(1) 曲げ振りの基本方程式の解が一様断面に対して得られていて、これを用いて弾性方程式を組み立てることができる。(2) 曲げ振りは断面力分布の大勢に影響しない。(3) 曲げ振りモーメントは扉巾方向にほぼ周期的に変化し、平均的振幅は支承数で定まる。支承数が増せば振幅は減少する。(4) 曲げ振りモーメントによる剪断応力は同じ大きさの単純振りモーメントに比較して段違いに大きな値を示す。生じる曲げ振りモーメントは小さいが、結果的に断面応力への影響が無視できない。(5) 長方形断面は魚腹型断面よりも効率良く曲げ振りに抵抗できる。(6) 断面応力への曲げ振りの影響は振りモーメントが小さくなる非駆動端に近いほど大きくなる。全長の

大半が応力的に臨界状態にある超大型ゲートでは曲げ捩りによる応力が部材選択のうえで支配的である範囲が広く存在するので、曲げ捩りを無視して設計は成り立たない。

解析方法：捩り構造は単純捩りだけを考慮した解析方法では挙動的に再現できない部分がある。曲げ捩りも含めた解析が必要であって有限要素法及び弾性方程式を用いる方法でそれを行うことができるが、弾性方程式が変断面に対応できない限り、有限要素法が最も適切な手段であると考えられる。

添付資料 3 . 1 - 1 引用式の用語一覧表

(引用式 : 添付資料から本文に引用している式)

本文中で添付資料から引用している式は (e)、(f3)、(l)、(m)、(n)、(y)、(aa)、(ac)、(ad)、(ae)、(aj)、(ba)、(bf)、(bh)、及び、(bj)である。用語の定義は引用もとに示したが、更に下記に一覧表として示す。表示以外の用語は引用式で定義されている。

x 、 y 、 z : 直交座標。 $x \cdot y$ 軸は断面の主軸と一致させる (z 軸は捩り軸方向) s : 薄肉断面の中心線に沿った周軸 (時計方向が正)
θ : $z = z$ に於ける断面の回転角 (時計方向が正) ϕ : θ を与える z の関数 u 、 v : 断面全体の x 及び y 方向の変位、即ち、撓み
E : ヤング率 G : 剪断弾性係数 t : 薄肉断面の肉厚 l : 梁の全長、
A_s : 閉断面の面積 M_x 、 M_y : x 軸、 y 軸周りの断面一次モーメントを s 迄積分した値 I_x 、 I_y : x 軸、 y 軸周りの断面二次モーメント J_t : 捩りに対する断面係数 C_{bd} : 曲げ捩りに対する断面係数
Q_x 、 Q_y : x 方向、 y 方向の剪断力 m_x 、 m_y : x 軸、 y 軸周りの曲げモーメント (内力) T_w : 曲げ捩りモーメント (内力) T_s : 単純捩りモーメント (内力) m_t : 分布捩りモーメント (外力) T : 集中捩りモーメント (外力) c : T の作用位置 (z 座標)
r_s 、 r_o : 剪断中心、座標原点から d_s の接線に下ろした垂線の長さ (d_s がこれらの点に対して正のモーメントを与える時に正の値をとる) d_s : s 軸に沿った一周積分

捩りを受けている梁の横断面には捩り剪断応力が発生している。板厚一定の円形や正多角形の閉じた薄肉断面梁では捩り剪断応力が形成するモーメントの大きさは外部から作用する捩りモーメントに等しい。この様な梁では横断面は回転するだけで軸方向に変形することはないが、それ以外の多くの断面では、図 3 . 1 - 1 0 0¹⁾に示す様な、反りと呼ばれる変形が生じる。反りが発生しても、捩り軸の方向に一様である場合は捩り剪断応力に変化はないが、内部捩りモーメントが軸方向に変化したり外部拘束の存在等によりその量が軸方向に変化すると、梁断面を構成する部材に面内の曲げ変形が発生して、断面の応力分布が異なってくる。この現象が曲げ捩りと呼ばれている。曲げ捩りによる応力分布は、梁の曲げ理論や単純捩り理論で考える応力分布とは全く異なったものである。

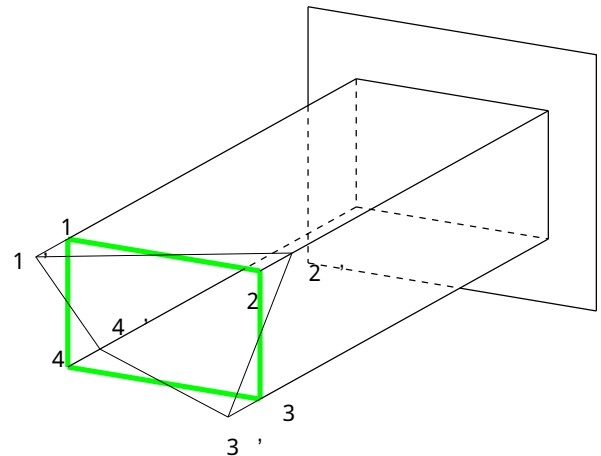


図 3 . 1 - 1 0 0

のである。梁断面の頂部、底部、側部等の断面に発生する垂直応力はその部材内で曲げモーメントを形成するが、梁断面全体では0である。しかし各部材に発生する剪断応力は梁断面全体としての捩りモーメントを形成し、外部からの捩りモーメントの一部と釣り合う。単純な捩りと曲げ捩りが受け持つ捩りモーメントの割合は反りの軸方向分布により異なる。曲げ捩り現象を伴った梁の応力分布に関する文献は多数執筆されているが、本資料は、対象を薄肉断面梁に限定して、これらに示されている断片的情報を本研究テーマに合った一貫した形に編集したものである。尚、本研究においては、捩り現象を単純捩りと曲げ捩りに分け、それぞれの内部捩りモーメントを単純捩りモーメントと曲げ捩りモーメントと呼び、構造解析理論において曲げ捩りを無視した場合を単純捩り理論、考慮した場合を曲げ捩り理論と呼んで区別している。

¹⁾文献(32)の239頁より引用した。長方形断面1234は変形後は1'2'3'4'で示されるような横断面形状を呈する。同文献はそののできる原因に関して次の説明を与えている。“それが生じる原因として、捩り変形を受けた後も断面の形状がくずれないで正しい形に保持されることによるものと考え得る。即ち、断面方向の母線と変形前に互いに直交していた軸方向の母線は変形後もこの直交条件を保つと考える。”

(1) 単純捩りと曲げ捩りの分布

[変 位]

図 3 . 1 - 1 0 1 の様に原点を梁の端面内の重心 (G) に、 x 軸及び y 軸を端面上に、 z 軸を捩り軸方向にとる。 z = z に於ける断面の回転角を θ とし、関数 $\theta(z)$ で与えられるものとする。即ち、

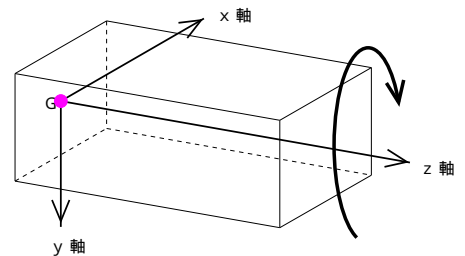
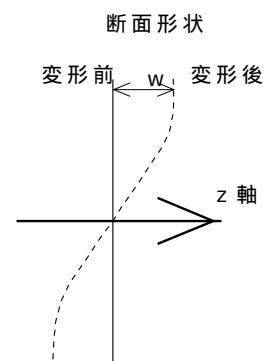


図 3 . 1 - 1 0 1

$$\theta = \theta(z)$$

回転は剪断中心を軸として発生するが、重心を中心に回転すると仮定しても応力成分には影響を与えないので¹⁾、 x 及び y 方向の変位 u 及び v は次の式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} u &= -\theta y \\ v &= \theta x \end{aligned} \right\} \dots (a)$$



z 軸に直交する断面内の反りの形状を表す関数を $\phi(x, y)$ とする (反り関数)。 z 軸の任意の位置に於ける断面内の点 (x、 y) の z 方向の変位 w (右図参照) は、断面が捩られる強さに比例するので、次の式で表すことができる。

$$w = \frac{d}{dz} \phi(x, y) \dots (b)$$

¹⁾文献 (21) 181 頁

[歪と応力]

垂直応力及び剪断応力を σ_z 及び τ_{xz} で表し、伸び歪み及び剪断歪を ϵ_x 及び γ_{xy} で表し、作用する面とその方向を添え字で表すと¹⁾、歪及び応力は次の式で表すことができる。E 及び G はヤング率及び剪断弾性係数である。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_y = 0, & \epsilon_z &= \frac{w}{z}, & \gamma_{xy} &= \frac{v}{x} + \frac{u}{y} \\ \gamma_{xz} &= \frac{w}{x} + \frac{u}{z} = \frac{d}{dz} \left(\frac{w}{x} - y \right) \\ \gamma_{yz} &= \frac{w}{y} + \frac{v}{z} = \frac{d}{dz} \left(\frac{w}{y} + x \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (c)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_y = 0, & \sigma_z &= E \epsilon_z = E \frac{w}{z}, & \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} = G \left(\frac{v}{x} + \frac{u}{y} \right) \\ \tau_{xz} &= G \gamma_{xz} = G \frac{d}{dz} \left(\frac{w}{x} - y \right) = G \left(\frac{w}{x} - \frac{d}{dz} y \right) \\ \tau_{yz} &= G \gamma_{yz} = G \frac{d}{dz} \left(\frac{w}{y} + x \right) = G \left(\frac{w}{y} + \frac{d}{dz} x \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (d)$$

尚、剪断応力が正の方向は、作用する断面の法線が座標軸の方向と一致している面では剪断応力の方向を示す軸の正の方向と一致し、負の場合は逆向きとなる。

[釣合方程式]

捩りにより発生する位置エネルギーより求める。捩りが働くと梁の断面には $\frac{d}{dz}$ に比例した捩り剪断歪と共に垂直歪 $\frac{w}{z}$ が発生し、歪エネルギーが蓄えられる²⁾。z 軸に沿って一様捩りモーメント m_t が分布しているとすると、梁の回転により荷重のポテンシャルエネルギーも蓄えられるので、全体の位置のエネルギーは次の様になる。

¹⁾ ϵ_x は x 軸方向の法線を持つ面の x 方向の応力、 τ_{xy} は x 軸方向の法線を持つ面に作用する y 方向の剪断応力を表す。 ϵ_z は x 軸方向の法線を持つ面の x 方向の歪、 τ_{yz} は x 軸方向の法線を持つ面に作用する y 方向の剪断応力に対応した歪を表す。

²⁾ 曲げ捩りに伴う剪断応力も発生するが、この段階ではそれを無視して考える。

$$= - \int_0^l m_t dz + \int_0^l \frac{E}{2} \left(\frac{w}{z} \right)^2 t ds dz + \int_0^l \frac{G J_t}{2} \left(\frac{d}{dz} \right)^2 dz$$

s は薄肉断面に沿った距離、t はその肉厚であり、l は梁の全長、 J_t は捩りに対する断面係数である。上式の w に (b) 式を代入し、 $C_{bd} = \int_0^l t ds$ と置いて次の式が得られる。

$$= - \int_0^l m_t dz + \frac{E C_{bd}}{2} \int_0^l \left(\frac{d}{dz} \right)^2 dz + \int_0^l \frac{G J_t}{2} \left(\frac{d}{dz} \right)^2 dz$$

C_{bd} は曲げ捩りに対する断面係数である。位置エネルギーに変位の変分による定理を適用して^{*1}、次の式が得られる。

$$= \int_0^l \left(-m_t + E C_{bd} \frac{d^2}{dz^2} \cdot \frac{d^2}{dz^2} + G J_t \frac{d}{dz} \cdot \frac{d}{dz} \right) dz$$

$$= \int_0^l \left(-m_t + E C_{bd} \frac{d^2}{dz^2} \cdot \frac{d^2}{dz^2} + G J_t \frac{d}{dz} \cdot \frac{d}{dz} \right) dz$$

部分積分を、積分記号の中の第 2 項に 2 回及び第 3 項に 1 回、適用して次の結果を得る。

$$\int_0^l \frac{d^2}{dz^2} \cdot \frac{d^2}{dz^2} dz = \left[\frac{d^2}{dz^2} \cdot \frac{d}{dz} \right]_0^l - \left[\frac{d^3}{dz^3} \right]_0^l + \int_0^l \frac{d^4}{dz^4} dz$$

$$\int_0^l \frac{d}{dz} \cdot \frac{d}{dz} dz = \left[\frac{d}{dz} \right]_0^l - \int_0^l \frac{d^2}{dz^2} dz$$

以上を () に代入し、整理して次の式が得られる。

^{*1} 演算法については文献 (18) 59 頁参照。テイラー展開して二次以上の微小量を削除しても同じ結果が得られる。

$$= \left[E C_{bd} \frac{d^2}{dz^2} \cdot \frac{d}{dz} \right]_0^1 - \left[\left(E C_{bd} \frac{d^3}{dz^3} - G J_t \frac{d}{dz} \right) \right]_0^1$$

$$+ \int_0^1 \left(E C_{bd} \frac{d^4}{dz^4} - G J_t \frac{d^2}{dz^2} - m_t \right) dz = 0$$

付加変位 w は $z=0$ の端末条件を満足しているので、上式の第1項及び第2項内の因数は次の様に $z=1$ の端末の条件で定まる量であり、通常はどちらかの因数が0になるので、両項共

第1項 = $\left[\text{垂直応力} \cdot \text{反り量} \right]_0^1$ 、第2項 = $\left[\text{捩りモーメント} \cdot \text{回転角} \right]_0^1$

に0となり、 w が0である為には第3項の括弧内が0である必要があるので次の式が得られる。この式を解くことにより各断面の捩り角度 θ がわかり、 w 、 θ 及び M が次々と算出できるので、単純捩り及び曲げ捩りモーメント及び反り量の分布が明かになる。

$$E C_{bd} \frac{d^4}{dz^4} - G J_t \frac{d^2}{dz^2} - m_t = 0 \quad \dots\dots (e)$$

[端末条件]

必要な端末条件は、途中の経過からも明かな様に、反りと捩りの二つである。表3.1-101は端末条件を表す式とその値を示す。

条件	反り	回転
自由	$E C_{bd} \frac{d^2}{dz^2} = 0$	$E C_{bd} \frac{d^3}{dz^3} - G J_t \frac{d}{dz} = 0$
拘束	$\frac{d}{dz} = 0$	$= 0$

表3.1-101

[解の例 1]^{*1}

図 3 . 1 - 1 0 2 a の例では、長さ l の梁の $z = c$ の位置に $T = T_1 + T_2$ の集中捩りモーメントが与えられて、 a 及び b 点に於ける支持条件は反りに対して自由、回転に対して拘束である。式 (e) に於いて $m_t = 0$ と置き、積分して次の二つの式が得られる。

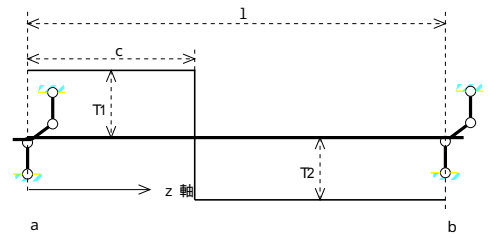


図 3 . 1 - 1 0 2 a

$$z < c \text{ の範囲で、 } E C_{bd} \frac{d^3}{dz^3} - G J_t \frac{d}{dz} = - T_1$$

$$z > c \text{ の範囲で、 } E C_{bd} \frac{d^3}{dz^3} - G J_t \frac{d}{dz} = - T_2$$

内部捩りモーメント T_1 及び T_2 を消去する為のもう一つの条件は上の 2 式の $z = c$ に於ける連続条件である。以上の解として次の式が得られている。

$$z < c \quad = \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{\text{sh}\{(l-c)\} \text{sh}(z)}{3 \text{sh}(l)} - \frac{l-c}{2} z - \frac{\text{sh}\{(z-c)\}}{3} + \frac{z-c}{2} \right]$$

$$z > c \quad = \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{\text{sh}\{(l-c)\} \text{sh}(z)}{3 \text{sh}(l)} - \frac{l-c}{2} z \right]$$

但し、 $\quad = \frac{G J_t}{E C_{bd}}$

..... (f1)

[解の例 2]^{*2}

図 3 . 1 - 1 0 2 b の例では、長さ l の梁の $z = c$ の位置から端末まで分布モーメント t が作用していて、 a 及び b 点に於ける支持条件は反りに対して自由、回転に対して拘束

^{*1}文献 (27)、(28) でも同じ内容の解が与えられている。

^{*2}文献 (27) から収録。

である。解は次の通り与えられている。

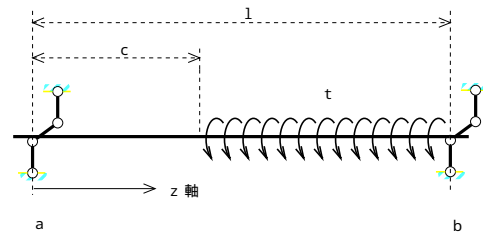


図 3 . 1 - 1 0 2 b

$$z \leq c \quad = \quad \frac{t}{E C_{bd}} \left[\frac{(1 - \operatorname{ch}\{ (l - c) \}) \operatorname{sh}(z)}{3 \operatorname{sh}(l)} - \frac{(l - c)^2}{2 l} z \right]$$

$$z > c \quad = \quad \frac{t}{E C_{bd}} \left[\frac{(1 - \operatorname{ch}\{ (l - c) \}) \operatorname{sh}(z)}{3 \operatorname{sh}(l)} - \frac{(l - c)^2}{2 l} z - \frac{1 - \operatorname{ch}\{ (z - c) \}}{3} - \frac{(z - c)^2}{2} \right]$$

但し、 $\quad = \quad \frac{G J_t \div E C_{bd}}{\dots\dots (f2)}$

[解の例 3]^{*1}

図 3 . 1 - 1 0 2 c の例では、長さ l の梁の z = c の位置に集中撓りモーメント T が与えられて、a 点に於ける支持条件は反りに対して自由、回転に対して拘束、b 点は反り、拘束とも自由である。解は次の様に与えられている。

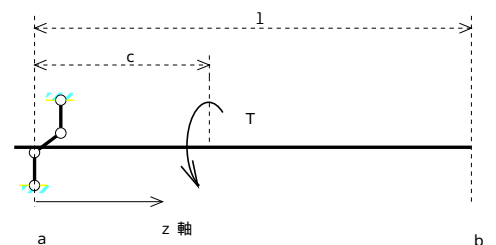


図 3 . 1 - 1 0 2 c

$$z \leq c \quad = \quad \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{z}{2} - \frac{\operatorname{sh}\{ (l - c) \} \operatorname{sh}(z)}{3 \operatorname{sh}(l)} \right]$$

$$z > c \quad = \quad \frac{T}{E C_{bd}} \left[\frac{c}{2} - \frac{\operatorname{sh}\{ (l - c) \} \operatorname{sh}(z)}{3 \operatorname{sh}(l)} + \frac{\operatorname{sh}\{ (z - c) \}}{3} \right]$$

但し、 $\quad = \quad \frac{G J_t \div E C_{bd}}{\dots\dots (f3)}$

^{*1}文献 (28) から収録。

[解の例 4] ^{*1}

図 3 . 1 - 1 0 2 d の例では、長さ l の梁の $z = c$ の位置に集中撎りモーメント T が与えられて、 a 点に於ける支持条件は反り、回転とも拘束、 b 点は自由である。解は次の様に与えられている。

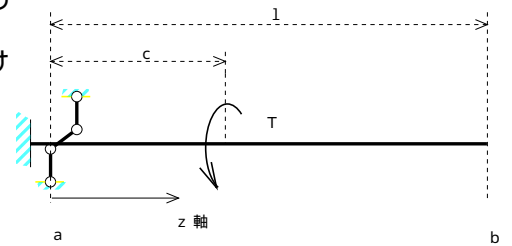


図 3 . 1 - 1 0 2 d

$$\theta(z, c) = \frac{T}{3 E C_{bd}} \left[\text{sh}(l) - \text{sh}\{(l - c)\} \right] \frac{\text{ch}(z) - 1}{\text{ch}(l)} - \text{sh}(z) + z]$$

$$\theta(z, c) = \frac{T}{3 E C_{bd}} \left[c - \frac{\text{sh}(l) - \text{sh}\{(l - c)\} + \text{sh}\{(l - z)\} \{ \text{ch}(c) - 1 \}}{\text{ch}(l)} \right]$$

但し、 $\theta = \frac{1}{G J_t} \frac{d\phi}{dz}$ (f4)

[解の例 5] ^{*2}

図 3 . 1 - 1 0 2 e の例では、長さ l の梁の全長に分布モーメント t が作用していて、 a 点に於ける支持条件は反りに対して自由、回転に対して拘束、 b 点は反り、回転共に自由である。解は次の通り与えられている。

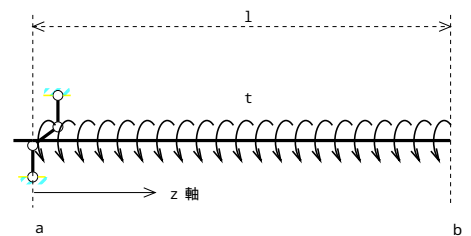


図 3 . 1 - 1 0 2 e

$$\theta = \frac{t}{4 E C_{bd}} \left[-z^2 (1 - z/2) + \frac{\text{ch}\{(l/2 - z)\}}{\text{ch}(l/2)} \right]$$

但し、 $\theta = \frac{1}{G J_t} \frac{d\phi}{dz}$ (f5)

^{*1}文献 (28) から収録。

^{*2}文献 (28) から収録。

[解の例 6]^{*1}

図 3 . 1 - 1 0 2 f の例では、長さ l の梁の全長に分布モーメント t が作用していて、 a 点に於ける支持条件は反り、回転共に拘束、 b 点は自由である。解は次の通り与えられている。

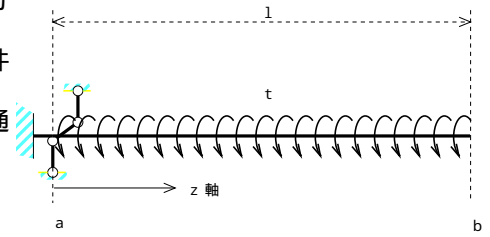


図 3 . 1 - 1 0 2 f

$$= \frac{t}{4 E C_{bd}} \left[z^2 (1 - z/2) + \frac{\operatorname{ch}(z) - 1 - l \operatorname{sh}(l) + l \operatorname{sh}\{ (1 - z) \}}{\operatorname{ch}(l)} \right]$$

但し、 $E C_{bd} = \frac{G J_t}{\dots}$

..... (f6)

以上の例以外に多数の荷重条件と境界条件に対して解が得られている^{*2}。

^{*1}文献 (28) から収録。

^{*2}文献 (28) には以上の例を含めて 36 ケースの解が示されている。文献 (29) (30) はこの文献の抄録である。

(2) C_{bd} 及び J_t の算出方法

式 (e) を解いて 捩り及び曲げ捩りの量を算出するのに曲げ捩り及び捩りに対する断面係数、 C_{bd} 及び J_t 、が必要である。

2 - 1) C_{bd} : 曲げ捩り断面係数

式 (e) を導出する過程で C_{bd} を次の様に定義した。

$$C_{bd} = \int_0^s t^2 ds \quad \dots\dots (g)$$

は反り関数と呼ばれ、反りの形状を表す。反り量 w は式 (b) に示される様に反りの形に捩りの強さを乗じた形で与えられる。 C_{bd} の算式を導くに先立ち、 τ_s を求める必要がある。図 3 . 1 - 1 0 3 の様に薄肉断面の中心線上に沿って長さ s をとり、その微小部分の長さを ds 、 x 軸及び y 軸方向の成分を dx 、 dy とする。 s の正の方向は z 軸と同じ時計周りの方向とする。対象を閉じた断面に限定し、 ds 内の s 方向の剪断応力を τ_s とすると、 τ_s は肉厚方向に概略一定と考えることができ、今の定義及び上の式を用いて次の式で表せる。

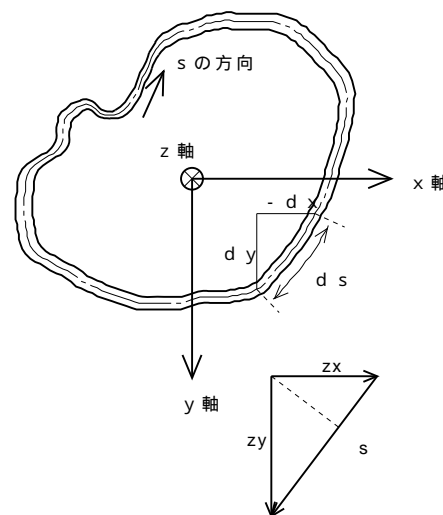


図 3 . 1 - 1 0 3

$$\tau_s = \tau_{zx} \frac{dx}{ds} + \tau_{yz} \frac{dy}{ds} = \tau_{xz} \frac{dx}{ds} + \tau_{zy} \frac{dy}{ds} \quad \dots\dots (h)$$

τ_{xz} 及び τ_{zy} に式 (d) を代入して整理し、両辺を s に沿って積分すると次の式を得る。

$$\int_0^s \tau_s ds = G \int_0^s \left(\frac{w}{x} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{w}{y} \cdot \frac{dy}{ds} \right) ds + G \frac{d}{dz} \int_0^s (x dy - y dx) \quad \dots\dots (i)$$

右辺の第一項の積分記号の中は x 及び y の合成関数 w を s で微分した形であり¹、第二項の積分記号の中は幾何学的に $x dy - y dx = r_s ds$ と置き換えられる²。 r_s は剪断中心から ds の接線に下ろした垂線の長さである。原点は自由に設定できるが³、重心にあると考える。以上により式 (i) を変形して、次の式が得られる。この式の積分を断面の

$$\int_0^s ds = G \int_0^s \frac{dw}{ds} ds - G \int_0^s \frac{d}{dz} r_s ds = G (w - w_0) + G \int_0^s \frac{d}{dz} r_s ds \quad \dots\dots (j)$$

全周につき行くと、右辺第一項は $w - w_0 = 0$ となり、第二項の積分は閉断面内の面積 A_s の2倍に等しくなり、又、左辺の s は捩り剪断応力のみを対象としているので、 $s \times t =$ 剪断流 = 一定である。以上のことから次の様に s が定まる。

$$s ds = s t \frac{ds}{t} = 2GA_s \frac{d}{dz} \quad \text{従って、} \quad s = \frac{2GA_s}{t} \cdot \frac{d}{dz} \div \frac{ds}{t} \quad \dots\dots (k)$$

式 (j) 及び (k) を用いて w を求め、更に $w_0 = \int_0^d \frac{d}{dz}$ と置き換えると共に式 (b) を代入して、閉断面に対する反り関数 w が得られる。() 内は式 (m) での定義を用いた表現である。
 r_s は一般的には正負の符号を持った量で、 $r_s ds$ が剪断中心に関し正のモーメントを与える時に正の値をとる⁴。

$$= \int_0^s - r_s ds + 2A_s \int_0^s \frac{1}{t} ds \div \frac{ds}{t} \quad (= \int_0^s - R + 2a_1 I) \quad \dots\dots (l)$$

本資料の巻頭で反りの発生しない断面について言及したが、式 (l) からこれをもっと具体

¹文献 (15) 67頁参照

²簡単なスケッチで確かめられるが、文献 (17) の158頁でも証明されている。

³原点が自由に選べる根拠は式 (a) で述べた回転中心がシフトできる理由と同一である。

⁴文献 (32) の239頁

的に知ることができる。反り関数 $r_s = 0$ であるので、 $r_0 = 0$ でなくてはならない。従って
は次の様書き改められる。 r_s がどのような s に対しても 0 である為には積分記号の中が

$$= \int_0^s \left\{ -r_s + \left(2A_s \div \frac{ds}{t} \right) \frac{1}{t} \right\} ds$$

0 である必要がある。従って反りの発生しない条件は次の様になる¹⁾。()内は式(m)の定

$$r_s = \frac{1}{t} \left(2A_s \div \frac{ds}{t} \right) \left(= \frac{2a_i}{t} \right)$$

義を用いた表現である。 $t = \text{一定}$ の場合には円形及び正多角形ならこの条件を満たし、 t
が変化する場合、板厚 $\times r_s$ が一定となる様な板厚分布とするとこの条件を満たす。

C_{bd} は、式(g)に式(l)を代入して、次の様に与えられる。 r_s の原点は剪断中心である。

$$C_{bd} = r_0^2 J_0 - 2 r_0 J_1 + 4 r_0 a_i J_2 + J_3 - 4 a_i J_4 + 4 a_i^2 J_5 \dots\dots (m)$$

但し、 $a_i = A_s \div I_0$

$$J_0 = \int_0^s t ds$$

$$J_1 = \int_0^s R t ds$$

$$J_2 = \int_0^s I t ds$$

$$J_3 = \int_0^s R^2 t ds$$

$$J_4 = \int_0^s R I t ds$$

$$J_5 = \int_0^s I^2 t ds$$

$$I_0 = \int_0^s \frac{-ds}{t}$$

$$R = \int_0^s r_s ds$$

$$I = \int_0^s \frac{-ds}{t}$$

注記 1 . r_s の原点は剪断中心である。

r_0 は周積分の出発点に於ける r_s の値であり、その値は軸方向に外力が無いことより求めることができる。即ち、軸方向の外力が 0 であるから、 r_s の断面内の総和が 0 である必要

¹⁾この条件が満たされれば $r_0 = 0$ も成り立つ。

がある。この条件を式(1)に適用すると、次の式が得られる。従って ρ_0 は、式(m)の記号

$$t \int_0^s ds = \rho_0 \int_0^s t ds - \int_0^s r_s ds \int_0^s ds + 2A_s \int_0^s \frac{ds}{t} \cdot \int_0^s \frac{1}{t} ds \int_0^s ds = 0$$

を使用して表すと、次の様になる。

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \left(\int_0^s t r_s ds \int_0^s ds - 2A_s \int_0^s \frac{ds}{t} \cdot \int_0^s \frac{1}{t} ds \int_0^s ds \right) \div \int_0^s t ds \\ &= (J_{11} - 2a_i J_{12}) \div J_0 \quad \dots\dots (n) \end{aligned}$$

式(n)及び(m)から捩り曲げに対する断面剛性 C_{bd} を算出することができる。計算に必要な剪断中心 (x_s, y_s) は、曲げに伴う剪断力と剪断応力の原点に対するモーメントが等しいことから、次の式で与えられる^{*1}。x軸及びy軸は断面の主軸と一致している必要があ

$$\left. \begin{aligned} y_s &= (J_{11} + 2A_s c_x) \div I_y \\ x_s &= - (J_{12} + 2A_s c_y) \div I_x \end{aligned} \right\} \dots\dots (o)$$

但し、 $c_x = -J_9 \div I_0$

$$c_y = -J_{10} \div I_0$$

$$J_9 = \frac{M_y}{t} \int_0^s ds$$

$$J_{10} = \frac{M_x}{t} \int_0^s ds$$

$$J_{11} = \frac{r_0 M_y}{t} \int_0^s ds$$

$$J_{12} = \frac{r_0 M_x}{t} \int_0^s ds$$

$$I_y = \int_0^s x^2 t ds$$

$$\begin{aligned} M_y &= \int_0^s x t ds \\ M_x &= \int_0^s y t ds \end{aligned}$$

注記1 . r_0 の原点は重心である。

^{*1} 導出の詳細は添付資料3 . 1 - 3 に示す。

$$I_x = \int y^2 t ds$$

I_0 、 A_s は式(m)と同一定義

る。 r_0 は原点から積分点の接線に下ろした垂線の長さである。添付資料3.1-4及び5に C_{bd} の計算事例を示した。魚腹型断面及び矩形断面について式(o)、(n)、(m)を適用した結果である。簡単な断面形状であっても計算公式は事例の様に複雑となるので、実用的には、線要素で近似した断面についてコンピュータにより数値積分を行う必要がある。

以上、閉断面に対する曲げ捩り剛性の算出方法を述べたが、開断面では捩り剪断応力は肉厚方向にほぼ直線上に変化していて、肉厚の内面と外面では逆向きの等しい値と考えられるので、肉厚の中心線に沿う剪断応力は0と見なせる。従って式(h)の r_s を肉厚の中心線上の値と考えれば、式(j)の左辺を0と置くことができ、開断面の肉厚の中心線上に於ける反り関数 r_0 は、式(l)の A_s を含む項が消えて、次の式で与えられる。

$$r_0 = \int_0^s r_s ds \quad \dots\dots (p)$$

従って C_{bd} は、式(m)の a_i を含む項が消えて、次の様に与えられる。

$$C_{bd} = \int_0^2 J_0 - 2 \int_0 J_1 + J_3 \quad \dots\dots (q)$$

但し、 J_0 、 J_1 、 J_3 は式(m)の算式で r を u と入れ替えたもので、0は開断面の一端、 u は他端である。

r_0 は、式(n)の a_i を含む項が消えて、次の様に与えられる。記号は式(q)と同一である。

$$r_0 = J_1 \div J_0 \quad \dots\dots (r)$$

式(r)を式(q)に代入すれば、 C_{bd} は次の様になる。

$$C_{bd} = (J_3 J_0 - J_1^2) \div J_0 \quad \dots\dots (s)$$

開断面の剪断中心は式(o)で $c_x = c_y = 0$ の場合に相当するので、次の様に書き表せる。

$$\left. \begin{aligned} y_s &= J_{11} \div I_y \\ x_s &= - J_{12} \div I_x \end{aligned} \right\} \dots\dots (t)$$

但し、 J_{11} 、 J_{12} 、 I_y 、 I_x 、 I_0 は式(o)の算式で \int_0^u を \int_0 と入れ替えたもので、 0 は開断面の一端、 u は他端である。

等辺山形材の剪断中心はフランジの交点であるが、この様に総ての部材が剪断中心の方向を向いている場合には、積分式(s)に含まれる係数の計算に於いて $r_s = 0$ となり、 $C_{bd} = 0$ となってしまふ。この様な場合には、(q)式の様、肉厚の中心線上に於ける反り関数だけ考えるのでは不十分で、肉厚方向の r_s の変化を考慮する必要がある。式(h)に立ち帰り、 s の法線方向に n 軸をとり、この方向の剪断応力 τ_n について r_s と同じ操作を行う。

$$\tau_n = \tau_{zx} \frac{dx}{dn} + \tau_{yz} \frac{dy}{dn} = \tau_{xz} \frac{dx}{dn} + \tau_{zy} \frac{dy}{dn} \dots\dots (u)$$

τ_{xz} 及び τ_{zy} に式(d)を代入して整理し、両辺を n 方向に積分する次の式を得る。

$$\int_0^n \tau_n dn = G \int_0^n \left(\frac{w}{x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{w}{y} \cdot \frac{dy}{dn} \right) dn + G \int_0^n \frac{d}{dz} (x dy - y dx) \dots\dots (v)$$

右辺の第一項の積分記号の中は x 及び y の合成関数 w を n で微分した形であり、第二項の積分記号の中は幾何学的に $x dy - y dx = r_n dn$ と置き換えられる。 r_n は原点から n 軸に下ろした垂線の長さである。原点は後の計算の便宜を考えて剪断中心にあると考える。 w は薄肉の中央線上に於ける反り量との差を考慮することにしてこれを w_n で表す。従つて w_n の n 軸原点での値は 0 である。以上により式(v)を変形して、次の式が得られる。

$$\int_0^n \tau_n dn = G \int_0^n \frac{dw}{dn} dn - G \int_0^n \frac{d}{dz} r_n dn = G w_n + G \int_0^n \frac{d}{dz} r_n dn$$

w_n は常に0であるから、この式の右辺 = 0 と置いて、 w_n が求められる。 w_n に対応するそり関数 w_n を w_n で表し、式 (b) を書き変えて上式の w_n に代入し、 w_n を求める。

$$w_n = - \int_0^n r_n d n \quad \dots\dots (w)$$

式 (g) 式 において $w_n = w_n + w_n$ と置き、積分の方向を s と n の 2 方向に拡大し、断面係数の w_n に対応した部分を C_{bdn} で表して $C_{bd t} = C_{bd} + C_{bd n}$ と置き、式を書き換え、式 (w) を w_n に代入して積分を実行し、次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} C_{bd t} &= \int_0^u \int_{-2/t}^{+t/2} (w_n + w_n)^2 t d n d s \\ &= \int_0^u w_n^2 t d s + 2 \int_0^u \int_{-2/t}^{+t/2} w_n d n d s + \int_0^u \int_{-2/t}^{+t/2} w_n^2 d n d s = C_{bd} + \int_0^u r_n^2 \frac{t^3}{12} d s \\ &= C_{bd} + C_{bd n} \end{aligned}$$

$$\text{即ち、} C_{bd n} = \int_0^u r_n^2 \frac{t^3}{12} d s \quad \dots\dots (x)$$

以上の様に薄肉開断面については、断面形状より、式 (s)、又は、(x) で曲げ捩りの断面係数が計算できりるが、汎用的な断面については設計便覧等で結果が与えられている。表 3 . 1 - 1 0 2 にその例を示す。

2 - 2) J_t : 捩り断面係数

捩りに対する断面係数の算出方法については広く知られているところであるので、結果のみ述べる。多くの便覧で汎用断面について公式化されている。表 3 . 1 - 1 0 2 にその例を示す。

$$\text{閉断面に対して } J_t = 4 A_s^2 \div \frac{d s}{t} = \frac{4 A_s^2}{I_0} \quad \dots\dots (y)$$

$$\text{開断面に対して } J_t = \int_0^u \frac{t^3}{3} d s \quad \dots\dots (z)$$

記号: e =剪断中心Sの位置, C =捩り剛性, Γ =曲げ捩り剛性

断面形	e, C, Γ
1.	$e = \frac{2a(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$ $C = \frac{2}{3} G a t^3$ $\Gamma = \frac{2}{3} E a^3 t \left\{ \alpha^2 - \frac{6(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)^2}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha} \right\}$
2.	$e = \frac{3 b^2 t_f}{6 b t_f + h t_w}$ $C = \frac{G}{3} (2 b t_f^3 + h t_w^3)$ $\Gamma = \frac{E b^3 h^2 t_f}{12} + \frac{3 b t_f + 2 h t_w}{6 b t_f + h t_w}$
3.	$C = \frac{G}{3} (2 b t_f^3 + h t_w^3)$ $\Gamma = \frac{E}{24} b^3 h^2 t_f$
4.	$e = \frac{I_2}{I_1 + I_2} h, \quad I_1 = \frac{1}{12} b_1^3 t_1, \quad I_2 = \frac{1}{12} b_2^3 t_2$ $C = \frac{G}{3} (h_1 t_w^3 + b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3)$ $\Gamma = \frac{E}{12} (b_1^3 t_1 e^2 + b_2^3 t_2 (h - e)^2)$
5.	$C = \frac{G}{3} (2 b t_f^3 + h t_w^3)$ $\Gamma = \frac{E b^3 h^2}{12 (2b + h)^2} (2(b^2 + bh + h^2) t_f + 3b h t_w)$
6.	$C = \frac{G}{3} (b t_f^3 + h t_w^3)$ $\Gamma = E \left(\frac{b^3 t_f}{144} + \frac{h^3 t_w}{36} \right)$
7.	$C = \frac{2}{3} G h t^3$ $\Gamma = \frac{1}{18} E h^3 t^3$

a . 曲げ捩り断面係数と捩り断面係数 (開断面) ^{*1}

断面形状	捩り断面係数 J_t
等厚中空管 	$\frac{4 A^2 t}{S}$
中空四変形断面 	$4 A^2 \left(\frac{t_1}{s_1} + \frac{t_2}{s_2} + \frac{t_3}{s_3} + \frac{t_4}{s_4} \right)$

b . 捩り断面係数 (閉断面) ^{*2}

表 3 . 1 - 1 0 2 薄肉断面の断面係数公式

^{*1} 文献 (35) 105頁。

^{*2} 文献 (35) の103頁

(3) 応力の算出方法

曲げ捩り剛性及び捩り剛性が定まって、捩り角度の分布が判れば、反り量、曲げ捩りモーメント、捩りモーメントが次々と求められ、曲げ捩りの剪断応力と垂直応力及び捩りの剪断応力が算出できる。

3 - 1) 曲げ捩りによる応力分布

曲げ捩りに伴う垂直応力は式(d)の第2式に式(b)を代入して次の様に与えられる。開

$$\sigma_z = E \frac{d^2 w}{dz^2} \dots\dots (aa)$$

断面と閉断面に共通の式で、 σ_z は式(1)、(p)、或いは式(x)の様に、 $\sigma_z = \sigma_z + \sigma_n$ として与えられる。

曲げ捩りに伴う剪断応力は垂直応力との釣合から求めることができる。先ず、閉断面に対する応力を求める。図3.1-104は断面から切り出した $ds \times dz$ の小片に作用する応力を示す。 τ_{xz} は曲げ捩りに伴う剪断応力を表す(捩りに伴う剪断応力 τ_{xy} と区別する)。z方向の力の釣合から次の式が得られる。

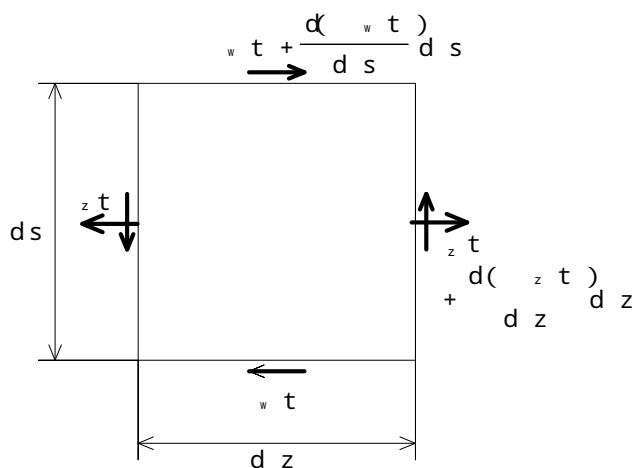


図 3 . 1 - 1 0 4

$$\frac{(\tau_{xy})}{s} = - \frac{(\sigma_z)}{z}$$

式(aa)を右辺に代入して、両辺を s に沿って積分すると、 τ_{xy} が次式で与えられる。

$$w = -\frac{E}{t} \left(\int_0^s t \, ds + q_{w0} \right) \frac{d^3}{dz^3} \dots\dots (ab)$$

この式の () が曲げ捩り剪断応力の分布を表す剪断流である。これを q_w と置き、式 (1) を代入して次の式が得られる。 q_{w0} は積分開始点に於ける剪断流の値である。剪断応

$$\begin{aligned} q_w &= \int_0^s t \, ds - \int_0^s t R \, ds + 2a_i \int_0^s t I \, ds + q_{w0} \\ &= \int_0^s J_{0s} - J_{1s} + 2a_1 J_{2s} + q_{w0} \dots\dots (ac) \end{aligned}$$

但し、 q_{w0} は式 (n) で与えられ、 a_i 、 R 及び I は式 (m) に於ける定義、 J_{0s} 、 J_{1s} 及び J_{2s} は式 (m) で定義した J_0 、 J_1 及び J_2 の 1 周積分を s 迄の積分に置き換えた式である。

力は、剪断流を用いて、式 (ad) の様に表現出来る。 T_w は曲げ捩りモーメントである。次に

$$w = -\frac{q_w}{t} E \frac{d^3}{dz^3} = \frac{q_w}{t} \cdot \frac{T_w}{C_{bd}} \dots\dots (ad)$$

q_{w0} を確定する。それに先立ち、確定に必要な条件を求める。 w は式 (c) 及び (d) で定義した表現法で w_{sz} と表すことが出来る。式 (c) 及び (d) を参考に歪との関係を表し、更に、図 3.1-103 で示した応力の幾何学的関係を歪に適用して次の式が得られる。 q は s

$$w_{sz} = G \left(\frac{w}{s} + \frac{q}{z} \right) = G \left(\frac{w}{s} + \frac{u}{z} \cdot \frac{x}{s} + \frac{v}{z} \cdot \frac{y}{s} \right)$$

方向の変位である。 u 、 v は断面の剛体変位であることに留意してこの式の両辺を s に沿って積分することにより、 q_{w0} が確定できる次の条件が得られる。 q_{w0} を求めるには式

$$w \, ds = \frac{w}{s} \, ds + \frac{u}{z} \frac{x}{s} \, ds + \frac{v}{z} \frac{y}{s} \, ds = 0$$

(ab)の両辺を s に沿って積分し、右辺 = 0 と置いて q_{w0} を s の関数として解き、式 (1) を代入し、積分を実行する。結果は次の様に与えられる。

$$q_{w0} = - \left(I_0 J_6 - J_7 + 2 a_i J_8 \right) \div I_0 \quad \dots\dots (ae)$$

但し、 I_0 は式 (n) で与えられ、 a_i 、 I_0 、 R 及び I は式 (m) に於ける定義による。

$$J_6 = \int_0^s \frac{1}{t} \left(\int_0^s t \, ds \right) ds$$

$$J_7 = \int_0^s \frac{1}{t} \left(\int_0^s R t \, ds \right) ds$$

$$J_8 = \int_0^s \frac{1}{t} \left(\int_0^s I t \, ds \right) ds$$

閉断面に対しては式 (ae) で剪断流の常数を算出し、式 (ac) に代入して剪断流が定まれば任意点の剪断応力を式 (ad) から算出できる。添付資料 3 . 2 - 5 に矩形断面についての剪断流常数と剪断流の計算事例を示した。簡単な断面形状であっても計算公式は事例の様に複雑となるので、実用的には、線要素で近似した断面についてコンピュータにより数値積分を行う必要がある。

次に開断面について考える。開断面の積分開始点を断面部材の端末にとれば、そこでは s 方向の剪断応力は 0 である筈であるから、剪断流は 0 である。従って、剪断応力を与える式 (ab) は、 q_{w0} が消え、次の様に書き換えられる。剪断流についての式 (ac) は、更に、

$$\tau_w = - \frac{E}{t} \int_0^s t \, ds \frac{d^3}{dz^3} \quad \dots\dots (af)$$

a_i を含む項も消えて次の様に書き換えられる。剪断流から式 (ad) により剪断応力が算出

$$q_w = \int_0^s t \, ds - \int_0^s t R \, ds \quad \dots\dots (ag)$$

但し、 σ は式(s) で与えられ、Rは式(m) に於ける定義による。

される点は変わらない。式(ag)をI型断面に適用すると、フランジ内の剪断流は次の様な放物線の式で与えられる。 l_f はフランジ巾、 l_w はウエップ高さ、 A_f はフランジ面積、

$$q_w = l_f l_w A_f \left(\frac{z}{l_w} - \frac{z^2}{l_w^2} \right) \div 4$$

はフランジ上の点を表す0~1迄の無次元量である。前項(2)のC_{bd}で述べた様に等辺山形鋼の様に総ての部材が剪断中心の方向を向いている場合はC_{bd}を算出するのに σ の板厚方向の変化も考慮する必要があったが、この場合には剪断流も σ となるので、剪断応力の算出方法も σ のn方向の変化が取り入れられる様拡張する必要がある。C_{bd}の場合に $\sigma = \sigma_w + \sigma_n$ と置き、更に、剪断応力も τ_n に対応した部分を τ_{wn} と置いて、 $\tau_t = \tau_w + \tau_{wn}$ とする。式 (aa)の σ に $\sigma_w + \sigma_n$ を代入して式(ah)とする。剪断応力は垂直応力との

$$\sigma_z = E \left(\sigma_w + \sigma_n \right) \frac{d^2}{d z^2} \dots\dots (ah)$$

釣合から求めることができるが、反り関数が板厚方向に変化するので、釣合式は次の様な表現をとる必要がある。式(ah)及び $\tau_t = \tau_w + \tau_{wn}$ を代入して、両辺をsに沿って積分

$$\int_{-t/2}^{+t/2} \left(\tau_t \right) \frac{d n}{s} = - \int_{-t/2}^{+t/2} \left(\sigma_z \right) \frac{d n}{z}$$

し、次の式が得られる。積分常数は当然0 である。左辺第1項と右辺第1項は式(af)によ

$$\tau_t + \int_0^s \frac{d n}{s} \left(\tau_{wn} \right) d n = - E \int_0^s t d s \frac{d^3}{d z^3} - E \int_0^s \frac{d n}{s} \left(\sigma_n \right) d n \frac{d^3}{d z^3}$$

り等しいので式から落とし、変形して次の式が得られる。どの様なsに対してもこの関係

$$\int_0^{s+t/2} \left(\frac{w_n}{s} + E \int_n \frac{d^3}{dz^3} \right) dn ds = 0$$

が成り立つ為には、 t も s の関数であることを考慮すると、二重積分の内部が0である必要がある。即ち、

$$\frac{w_n}{s} + E \int_n \frac{d^3}{dz^3} = 0$$

この関係を s に沿って積分して次の w_n が算出できる式が得られる。

$$w_n = -E \int_0^s \int_n \frac{d^3}{dz^3} ds \quad \dots\dots (ai)$$

w_n の積分常数は剪断流と同じ理由で0である。

w_t は、式 (af) で算出した、 w を w_n に加算することにより求められる。図 3.1-105 に示した山形鋼の断面に適用した結果を次に示す。 w は0である。 l はフランジ先端より剪断中心迄の距離、 t は板厚、 s はフランジ上の位置を示す無次元量で0~1の間で変化し、区間の開始点が原点であり、 \pm は山形の外側及び内側に対応する。応力分布は放物線状である。

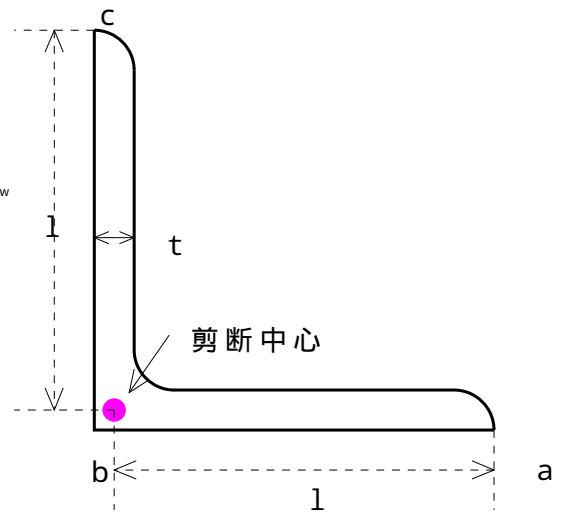


図 3.1-105

$$a \sim b \quad w_n = \pm \frac{E t l^2}{2} \left(-\frac{z^2}{2} \right) \frac{d^3}{dz^3}$$

$$b \sim c \quad w_n = \pm \frac{E t l^2}{4} \left(1 - \frac{z^2}{2} \right) \frac{d^3}{dz^3}$$

3 - 2) 捩りによる応力分布

捩りによる剪断応力の算出方法については広く知られているところであるので、結果のみを次に示す。T_sは全体の捩りモーメントから曲げ捩りの捩りモーメントを差し引いた値で

開断面に対して

$$\tau_s = \frac{1}{2A_s t} T_s = \frac{q_s}{t} \cdot \frac{T_s}{J_t} = \frac{q_s}{t} G \frac{d}{dz} \quad \dots\dots (aj)$$

但し、 $I_0 = \frac{d s}{t}$

$$q_s = \frac{2A_s}{I_0} = \text{捩りに対する剪断流}$$

開断面に対して

$$\tau_s = \frac{t}{J_t} T_s = \frac{t}{J_t} G J_t \frac{d}{dz} = G t \frac{d}{dz} \quad \text{但し、} J_t = \int_0^u \frac{t^3}{3} ds \quad \dots\dots (ak)$$

ある。右辺はT_sを捩りの強さ $\frac{d}{dz}$ で置き換えた形である。 $\frac{d}{dz}$ は曲げ捩りに対する釣合方程式(e)の解から計算される。モーメントに対応した算式は多くの便覧で汎用断面について公式化されている。表3.1-103にその例を示す。

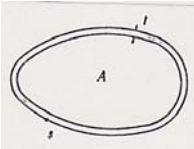
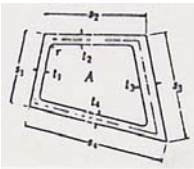
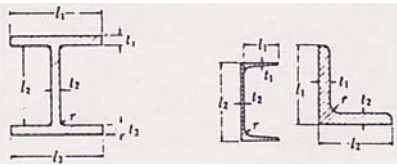
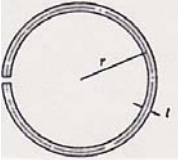
	断面形状	計算公式
閉断面	等厚中空管 	$s = \frac{T_s}{2 A_s t}$
	中空四変形断面 	$s_1 = \frac{T_s}{2 A_s t_1}, \quad s_2 = \frac{T_s}{2 A_s t_2} \dots$
開断面	形鋼 	$s_1 = \frac{3 T_s t_1}{t_n^3 l_1}, \quad s_2 = \frac{3 T_s t_2}{t_n^3 l_2} \dots$
	縦割れ円管 	$s_{max} = \frac{3 T_s}{2 r t}$

表 3 . 1 - 1 0 3 薄肉断面の捩り剪断応力公式^{*1}

^{*1} 例えば文献 (35) 102 ~ 103頁。

(4) 応力分布の特徴

図 3 . 1 - 1 0 6 は各種の断面形状に対して計算上想定した剪断応力分布の特徴を示したものである。実際の分布は細部に於いてこれ等とは若干異なる筈である。正方形、I 形

形 状	曲げ 捻り		単純 捻り	
	剪断流	剪断応力	剪断流	剪断応力
正 方 形	<p>備考 1. 変動幅は拡大して示した。</p>	$w =$ 剪断流 $\div t$		$s =$ 剪断流 $\div t$ 板厚内分布
i 形 鋼	<p>備考： 符号は s の 方向と関連 ある。</p>	板厚内分布 	剪断流 = 0 	断面内分布
溝 形 鋼	<p>備考： 符号は s の 方向と関連 ある。</p>			板厚内分布
山 形 鋼	剪断流 = 0 	板厚内分布 (wn) 		板厚内分布

図 3 . 1 - 1 0 6

鋼、及び、溝形鋼では曲げ捩りの w_n は存在する筈であるが、少量であるので省略している。正方形断面の捩りに於いても板厚断面内で変化する応力成分が存在する筈であるが、一般的には無視できる。曲げ捩りの剪断応力分布と曲げに伴う剪断応力分布は異なる。図 3.1-107 は曲げに対する分布形状を示している。Q が荷重方向、G が重心、s が剪断中心を示している。

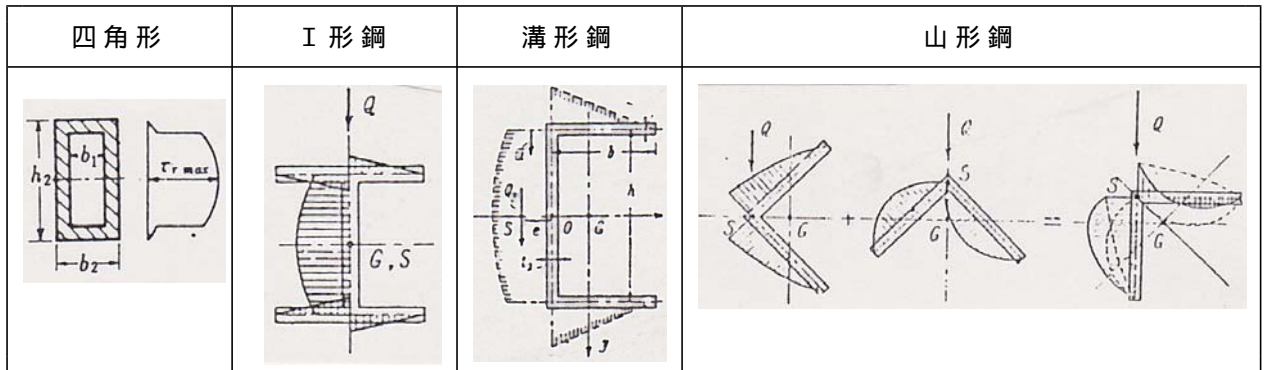


図 3.1-107^{*)}

^{*)} 例えば文献 (35) 66頁及び文献 (38) の45~46頁。

添付資料 3 . 1 - 3 曲げを受ける薄肉断面梁の応力分布

薄肉閉断面梁の剪断応力分布と剪断中心を与える算式を示す¹⁾。

(1) 剪断応力分布

添付資料 3 . 1 - 2 の図 - 1 0 3 に示される様な梁断面上の主軸に一致させて x 及び y 軸を設定する。x 軸及び y 軸周りの曲げモーメントを m_x 及び m_y とし、断面二次モーメントを I_x 、 I_y とするとすると、断面の垂直曲げ応力 σ_x 及び断面二次モーメントは次の式で与えられる。

$$\sigma_x = \frac{m_y}{I_y} x + \frac{m_x}{I_x} y = \sigma_{x1} + \sigma_{x2} \quad \dots\dots (ba)$$

$$\left. \begin{aligned} I_y &= \int x^2 t \, ds \\ I_x &= \int y^2 t \, ds \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (bb)$$

σ_x と釣り合う剪断応力を τ_x とすると、二つの応力の関係は添付資料 3 . 1 - 2 の図 - 1 0 4 に示される z と w の関係に等しいので、その関係は次式で表される。t は鈎合部分

$$\frac{(\tau_x t)}{s} = - \frac{(\sigma_x t)}{z} \quad \dots\dots (bc)$$

の板厚であり、z は断面に直角方向に設定した座標軸、s は図 - 1 0 3 で定義されている断面の板厚中心線上に沿って設定された周軸である。断面の x 方向及び y 方向の剪断力を Q_x 及び Q_y とすると、剪断力と曲げ応力の間には次の関係が成立する。式 (ba) を x 方向の

¹⁾ 導出の詳細は、例えば、文献 (17) の 201 から 202 頁に示されている。

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \frac{d m_y}{d z} \\ Q_y &= \frac{d m_x}{d z} \end{aligned} \right\} \dots\dots (bd)$$

荷重による曲げ応力 σ_{bx} と y 方向の荷重による曲げ応力 σ_{by} に分解して式 (bc) に代入すると、それぞれの曲げ応力に対応した剪断応力 τ_{bx} 及び τ_{by} についての式が得られるので、式 (bd) の関係を用いて曲げモーメントを消去してから s につき積分することにより、剪断応力の分布を与える次の二つの式が得られる。 M_x 及び M_y は添付資料 3 . 1 - 2 の式 (o) に

$$\left. \begin{aligned} \tau_{bx} t &= - \frac{Q_x}{I_y} \left(\int_0^s x t d s + c_x \right) = - \frac{Q_x}{I_y} (M_y + c_x) \\ \tau_{by} t &= - \frac{Q_y}{I_x} \left(\int_0^s y t d s + c_y \right) = - \frac{Q_y}{I_x} (M_x + c_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots (be)$$

おける定義と同じで、断面一次モーメントを s 迄積分した値である。 c_x 、 c_y は積分常数であるが、括弧内は曲げに伴う剪断流であるので、これらは積分開始点における剪断流の強さである。剪断流を q_{bx} 及び q_{by} と置き、これを用いて剪断応力を次の式で表す。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{bx} &= - \frac{Q_x}{I_y} \cdot \frac{q_{bx}}{t} = - E \frac{q_{bx}}{t} \cdot \frac{d^3}{d z^3} \\ \tau_{by} &= - \frac{Q_y}{I_x} \cdot \frac{q_{by}}{t} = - E \frac{q_{by}}{t} \cdot \frac{d^3}{d z^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots (bf)$$

但し、 $q_{bx} = M_y + c_x$ (x 方向の荷重に対する剪断流)

$q_{by} = M_x + c_y$ (y 方向の荷重に対する剪断流)

は断面全体の x 及び y 方向の変位、即ち、撓みである。 c_x 及び c_y を決定する条件は添付資料 3 . 1 - 2 の式 (ae) を導く為に設定した条件に倣って設定することができる。即ち w と s_z の関係を当てはめると次の二つの条件式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} b_x d s &= 0 \\ b_y d s &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (bg)$$

この式に式 (be) を代入して、 c_x 及び c_y について解くと、次の式が得られる。 J_9 、 J_{10} 及び I_0 は添付資料 3 . 1 - 2 の式 (o) における定義と同一である。

$$\left. \begin{aligned} c_x &= - \frac{1}{t} \int_0^s x t d s \int d s \div \int_0^s d s = - J_9 \div I_0 \\ c_y &= - \frac{1}{t} \int_0^s y t d s \int d s \div \int_0^s d s = - J_{10} \div I_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (bh)$$

(2) 剪断中心

式 (be) が与える剪断応力の合力は一般に原点 (断面重心) 以外のある点を通る。この点が剪断中心である。剪断中心の座標、 x_s 及び y_s 、を求める為に、剪断応力とその合力の原点に対するモーメントが等しいと置いて次の式を得る。 r_0 は原点から積分点の接線に

$$\left. \begin{aligned} b_x t \cdot r_0 d s &= Q_x \cdot y_s \\ b_y t \cdot r_0 d s &= - Q_y \cdot x_s \end{aligned} \right\} \dots\dots (bi)$$

下ろした垂直線の長さである。この式に式 (be) を代入して積分を実行し、剪断中心が算出できる次の式が得られる。 J_{11} 、 J_{12} 及び A_s は添付資料 3 . 1 - 2 の式 (o) における定義と同一である。以上の操作で x 及び y 軸を断面の主軸と一致させたが、その狙いは断面 1 次モーメント及び相乗モーメントが 0 となることにある。以上では閉断面を対象としたが、開断面は以上の算式で $c_x = c_y = 0$ の場合に相当する。但し、算式中の \int_0^u は \int_0^u に置き換え、積分の開始点は開断面の一端とする必要がある。 u は他端である。

$$\left. \begin{aligned} y_s &= r_0 \left(\int_0^s x t d s + c_x \right) \int d s \div I_y = (J_{11} + 2 A_s c_x) \div I_y \\ x_s &= - r_0 \left(\int_0^s y t d s + c_y \right) \int d s \div I_x = - (J_{12} + 2 A_s c_y) \div I_x \end{aligned} \right\} \dots\dots (bj)$$

添付資料 3 . 1 - 4 曲げ捩り断面の計算例 1

添付資料 3 . 1 - 2 の式 (m)、(n)、(o) を用いて、図 3 . 1 - 1 0 8 に示す魚腹形断面の曲げ捩り断面係数 C_{bd} 及び剪断流の計算公式を算出した結果を示す。ここで定義していない記号は算式の記号と同一定義である。断面の板厚が上流側が t_i 、下流側が t_o であり、その他の記号は図 - 1 0 8 に示す。x 軸が垂直軸で上流板と下流板の交点を通り、y 軸は主軸に一致している。従って重心と剪断中心は y 軸上にある。

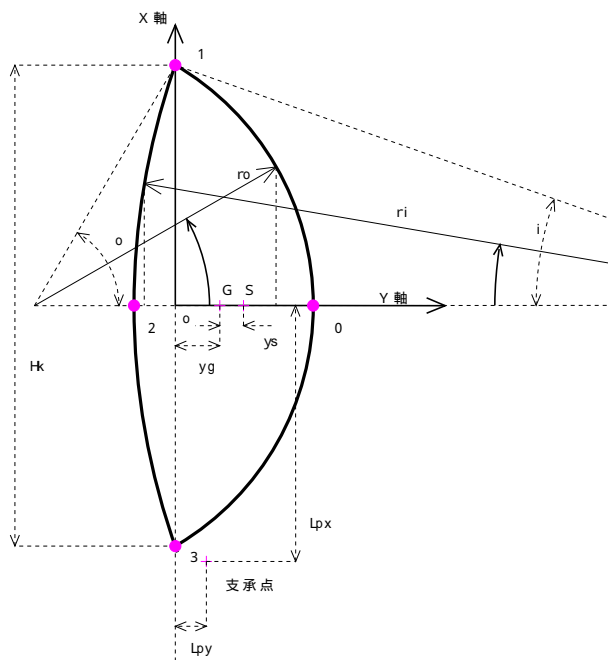


図 3 . 1 - 1 0 8

(1) 断面係数 C_{bd}

[計算結果]

部材面積 $J_0 = 2 (r_i t_i + r_o t_o)$

断面積 $A_s = r_i^2 t_i + r_o^2 t_o - (r_i^2 \sin(2\alpha_i) + r_o^2 \sin(2\alpha_o)) \div 2$

重心 $x = 0$

$y = M_{ox} \div A_s$

$M_{ox} = 2 t_o r_o^2 f_2(\alpha_o) - 2 t_i r_i^2 f_2(\alpha_i)$

$f_2(\alpha) = \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \cdot$

剪断中心 $I_0 = 2 (r_i t_i \div t_i + r_o t_o \div t_o)$

$J_9 = -2 r_o^3 f_2(\alpha_o) + 2 r_i^3 f_2(\alpha_i)$

$c_x = - J_9 \div I_0$

$I_y = 2 t_o r_o^3 f_1(\alpha_o) + 2 t_i r_i^3 f_1(\alpha_i)$

$f_1(\alpha) = \alpha / 2 - \sin(2\alpha) / 4$

$J_{11} = 2 t_o r_o^4 \{ - f_1(\alpha_o) - (\cos(\alpha_o) + k_o)(\sin(2\alpha_o) / 4 - \alpha_o / 2) \}$

$$- 2 t_i r_i^4 \{ - f_1(\theta_i) - (\cos(\theta_i) + k_i)(\sin(2\theta_i)/4 - \theta_i/2) \}$$

$$y_s = - (J_{11} + 2A_s c_x) \div I_y$$

$$J_{10} = 2 r_o^3 \theta_o f_8(\theta_o, k_o) + 4 r_o^2 r_i \theta_o / t_i f_8(\theta_o, k_o)$$

$$- 2 r_i^3 \theta_i f_8(\theta_i, k_i)$$

$$f_8(\theta, k) = \sin(\theta) - (\cos(\theta) + k)$$

$$k_o = y \div r_o$$

$$k_i = y \div r_i$$

$$c_y = - J_{10} \div I_o$$

$$I_x = 2 t_o r_o \{ r_o^2 f_3(\theta_o) - 2 r_o y f_2(\theta_o) + y^2 \theta_o \}$$

$$+ 2 t_i r_i \{ r_i^2 f_3(\theta_i) + 2 r_o y f_2(\theta_i) + y^2 \theta_i \}$$

$$f_3(\theta) = \theta/2 + \cos(2\theta) - 3\sin(2\theta)/4$$

$$x_s = 0$$

反り関数 $a_i = A_s \div I_o$

の常数 $x_s = x + x_s$

$$y_s = y + y_s$$

$$J_1 = 2 r_o^3 t_o \theta_o f_7(\theta_o, h_o) + 4 r_o^2 r_i t_i \theta_i f_7(\theta_o, h_o)$$

$$+ 2 r_i^3 t_i \theta_i f_7(\theta_i, h_i)$$

$$f_7(\theta, h) = \theta - \sin(\theta)(\cos(\theta) + h)$$

$$h_o = y_s \div r_o$$

$$h_i = y_s \div r_i$$

$$J_2 = 2 \theta_o^2 r_o^2 + 4 \theta_o r_o r_i t_i / t_o + 2 \theta_i^2 r_i^2$$

$$\theta_o = (J_1 - 2 a_i J_2) \div J_o$$

曲げ捩り $J_3 = 2 r_o^5 t_o \theta_o f_7^2(\theta_o, h_o)$

断面係数 $+ 2 r_i^5 t_i \theta_i f_7^2(\theta_i, h_i)$

$$+ 8 r_o^2 r_i t_i \theta_i f_7(\theta_o, h_o) \{ r_o^2 f_7(\theta_o, h_o) + r_i^2 f_7(\theta_i, h_i) \}$$

$$+ r_o^5 t_o \{ 2 \theta_o^3 / 3 + 4 [\cos(\theta_o) + h_o] [\cos(\theta_o) \theta_o - \sin(\theta_o)]$$

$$+ [\theta_o - \sin(2\theta_o) / 2] [\cos(\theta_o) + h_o]^2 \}$$

$$\begin{aligned}
& + r_i^5 t_i \{ 2 r_o^3 / 3 + 4 [\cos(\theta_o) - h_o] [\cos(\theta_o) - \sin(\theta_o)] \\
& \qquad \qquad \qquad + [\sin(\theta_o) - \sin(2\theta_o) / 2] [\cos(\theta_o) - h_o]^2 \} \\
J_4 = & 2 r_o^4 r_o^2 f_7(\theta_o, h_o) \\
& + 2 r_i^4 r_i^2 f_7(\theta_i, h_i) \\
& + 4 r_o r_i r_i \{ 2 r_o^2 r_o f_7(\theta_o, h_o) t_i / t_o + r_o r_i r_i f_7(\theta_o, h_o) \\
& \qquad \qquad \qquad + r_i^2 r_o f_7(\theta_i, h_i) t_i / t_o \} \\
& + r_o^4 \{ 2 r_o^3 / 3 + 2 [\cos(\theta_o) - h_o] [\cos(\theta_o) + h_o] \} \\
& + r_i^4 \{ 2 r_i^3 / 3 + 2 [\cos(\theta_i) - h_i] [\cos(\theta_i) - h_i] \} \\
J_5 = & 8 r_o^3 r_o^3 / (3 t_o) + 8 r_i^3 r_i^3 / (3 t_i) \\
& + 8 r_o r_i r_o r_i / t_o (r_i r_i + r_o r_o t_i / t_o) \\
C_{bd} = & r_o^2 J_0 - 2 r_o J_1 + 4 r_o a_i J_2 + J_3 - 4 a_i J_4 + 4 a_i^2 J_5
\end{aligned}$$

(2) 剪断流

図3.1-108に示す魚腹形断面に対し、添付資料3.1-2の式(ac)、(ad)、(ae)を用いて、剪断流常数及び剪断流の計算式を算出した結果を示す。ここで定義していない記号は用いた式の記号と同一定義である。

[計算結果]

$$\begin{aligned}
\text{剪断流常数 } J_6 = & 2 r_o^2 r_o^2 + 2 r_i^2 r_i^2 + 4 r_o r_o r_i t_o / t_i \\
J_7 = & -2 (r_o^3 r_o^4 + r_i^3 r_i^4) / 3 + 2 [r_o^4 r_o^2 f_7(\theta_o, h_o) \\
& \qquad \qquad \qquad + r_i^4 r_i^2 f_7(\theta_i, h_i) \\
& + 4 r_o^2 r_i r_i f_7(\theta_o, h_o) / t_i (r_i r_i t_i + r_o r_o t_o) \\
& + 2 \{ r_o^4 [\cos(\theta_o) + h_o] [\sin(\theta_o) - \cos(\theta_o) r_o] \\
& \qquad \qquad \qquad + r_i^4 [\cos(\theta_i) - h_i] [\sin(\theta_i) - \cos(\theta_i) r_i] \} \\
J_8 = & 4 [r_o^3 r_o^3 / t_o + r_i^3 r_i^3 / t_i] \\
& + 4 r_o r_o r_i / (t_o t_i) (r_i r_i t_i + r_o r_o t_o) \\
q_{w0} = & - (r_o J_6 - J_7 + 2 a_i J_8) \div I_0
\end{aligned}$$

図3.1-109は曲げ剪断流及び曲げ捩りの剪断流と反り関数の計算例で、分布形状を

示している。寸法記号は図 3 . 1 - 1 0 8 で示したものである。それぞれの曲線は計算結果に図示の率を乗じた値を示している。曲げ剪断流は添付資料 3 . 1 - 3 の式 (f)、曲げ振り剪断流は添付資料 3 . 1 - 2 の式 (ac)、そり関数は同資料の式 (l) の値である。

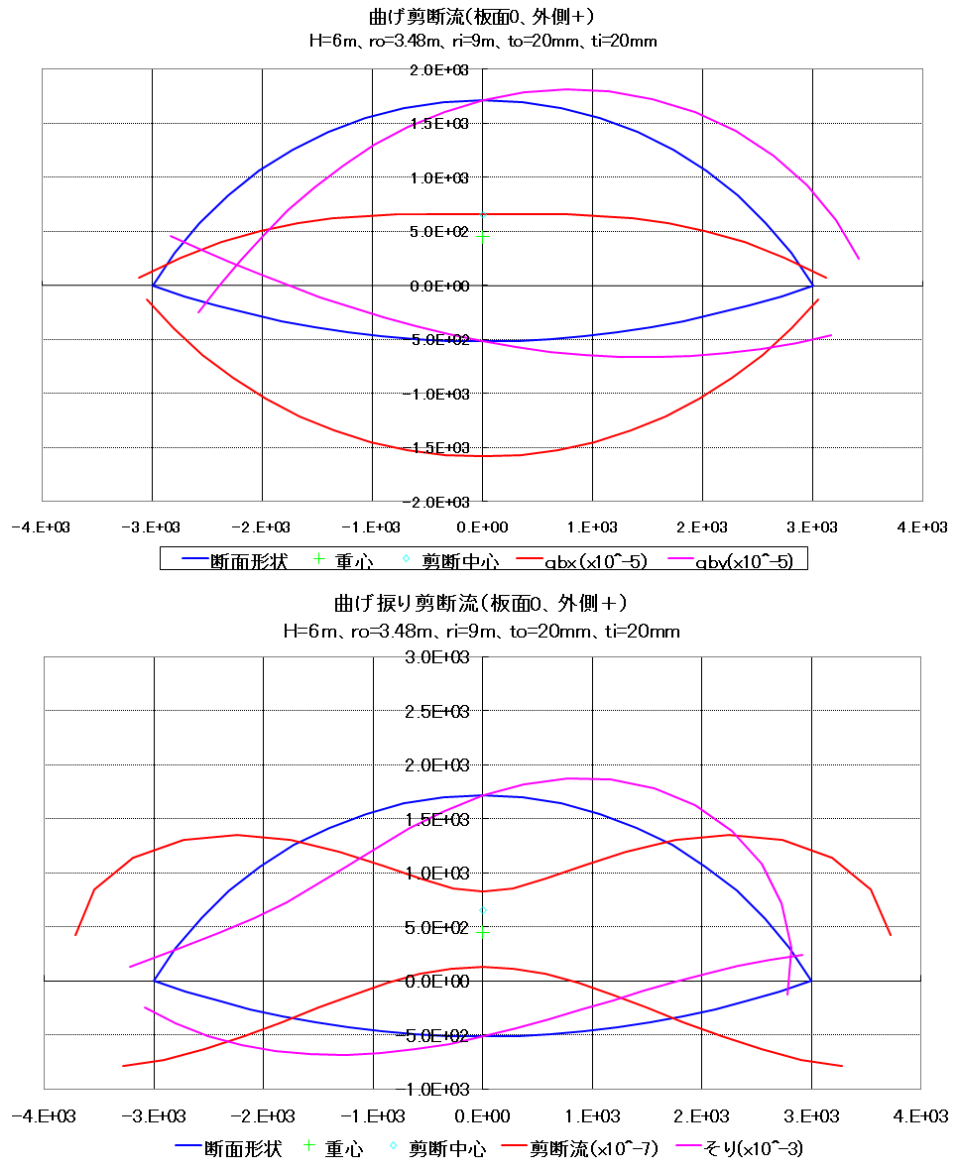
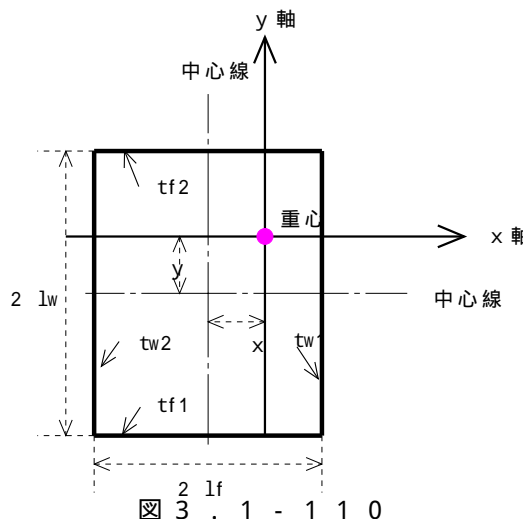


図 3 . 1 - 1 0 9

添付資料 3 . 1 - 5 曲げ捩り断面の計算例 2

添付資料 3 . 1 - 2 の式 (m)、(n)、(o) を用いて、図 3 . 1 - 1 1 0 に示す矩形断面の曲げ捩り断面係数 C_{bd} 及び剪断流の計算公式を算出した結果を示す。ここで定義していない



記号は算式の記号と同一定義である。断面は高さ $2l_w$ 、巾 $2l_f$ 、板厚が t_{f1} 、 t_{w1} 、 t_{f2} 、 t_{w2} で、 x 及び y 軸は主軸に一致させ、図の中心線から重心迄の距離を x 、 y とする。

(1) 断面係数 C_{bd}

[計算結果]

部材面積 $J_0 = 2l_f (t_{f1} + t_{f2}) + 2l_w (t_{w1} + t_{w2})$

断面積 $A_s = 4l_w l_f$

重心 $x = A_s (t_{w1} - t_{w2}) \div (2J_0)$

$y = A_s (t_{f2} - t_{f1}) \div (2J_0)$

剪断中心 $I_0 = 2l_f (1 \div t_{f1} + 1 \div t_{f2}) + 2l_w (1 \div t_{w1} + 1 \div t_{w2})$

$$J_9 = \frac{1}{t_0} \int_0^s x t d s \int_0^s d s =$$

$$4 \frac{t_{w1}}{t_{f2}} l_f^2 l_w + 4 \frac{t_{w1}}{t_{w2}} l_f l_w^2 - x \left\{ \left(4 + 4 \frac{t_{f1}}{t_{f2}} \right) l_f^2 \right.$$

$$\left. + \left(4 \frac{t_{f1}}{t_{w1}} + 4 \frac{t_{w1}}{t_{f2}} + 4 \frac{t_{f1}}{t_{w2}} + 4 \frac{t_{f2}}{t_{w2}} \right) l_f l_w + \left(4 + 4 \frac{t_{w1}}{t_{w2}} \right) l_w^2 \right\}$$

$$C_x = -J_9 \div I_0$$

$$I_y = (t_{f1} + t_{f2})(l_f^2 \div 3 + x^2)2l_f + t_{w1}(l_f - x)^2 2l_w + t_{w2}(l_f + x)^2 2l_w$$

$$J_{11} = \int_0^s x t d s = \sum_{i=1, j=1}^{i=4, j=4} A_i B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A _i	B _j	l _w t _{w2}	l _f t _{f2}	l _w t _{w1}	l _f t _{f1}
(l _w + y)2l _f					-(l _f ÷3+ x)
(l _f - x)2l _w				(l _f - x)	-2 x
(l _w - y)2l _f			l _f ÷3- x	2(l _f - x)	-2 x
(l _f + x)2l _w	-(l _f + x)		-2 x	2(l _f - x)	-2 x

$$y_s = (J_{11} + 2A_s C_x) \div I_y$$

$$J_{10} = \frac{1}{t} \int_0^s y t d s = -4 \frac{t_{f1}}{t_{f2}} l_f^2 l_w$$

$$- (4 \frac{t_{f1}}{t_{w2}} + 4 \frac{t_{f1}}{t_{w1}} - 4 \frac{t_{f2}}{t_{w2}}) l_f l_w^2 - y \{ (4 + 4 \frac{t_{f1}}{t_{f2}}) l_f^2 + (4 \frac{t_{f1}}{t_{w1}} + 4 \frac{t_{w1}}{t_{f2}} + 4 \frac{t_{f1}}{t_{w2}} + 4 \frac{t_{f2}}{t_{w2}}) l_f l_w + (4 + 4 \frac{t_{w1}}{t_{w2}}) l_w^2 \}$$

$$C_y = -J_{10} \div I_0$$

$$I_x = (t_{w1} + t_{w2})(l_w^2 \div 3 + y^2)2l_w + t_{f1}(l_w - y)^2 2l_f + t_{f2}(l_w + y)^2 2l_f$$

$$J_{12} = \int_0^s x t d s = \sum_{i=1, j=1}^{i=4, j=4} A_i B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A _i	B _j	l _w t _{w2}	l _f t _{f2}	l _w t _{w1}	l _f t _{f1}
(l _w + y)2l _f					-(l _w + y)
(l _f - x)2l _w				-(l _w ÷3+ y)	-2(l _w + y)
(l _w - y)2l _f			(l _w - y)	-2 y	-2(l _w + y)
(l _f + x)2l _w	l _w ÷3- y		2(l _w - y)	-2 y	-2(l _w + y)

$$x_s = - (J_{12} + 2A_s C_y) \div I_x$$

反り関数 $a_i = A_s \div I_0$

の常数 $x_s = x + x_s$

$y_s = y + y_s$

$$J_1 = (l_w + y_s) 2l_f (l_f t_{f1} + 2l_w t_{w1} + 2l_f t_{f2} + 2l_w t_{w2})$$

$$+ (l_f - x_s) 2l_w (l_w t_{w1} + 2l_f t_{f2} + 2l_w t_{w2})$$

$$+ (l_w - y_s) 2l_f (l_f t_{f2} + 2l_w t_{w2})$$

$$+ (l_f + x_s) 2l_w (l_w t_{w2})$$

$$J_2 = 2l_f t_{f1} (l_f \div t_{f1})$$

$$+ 2l_w t_{w1} (2l_f \div t_{f1} + l_w \div t_{w1})$$

$$+ 2l_f t_{f2} (2l_f \div t_{f1} + 2l_w \div t_{w1} + l_f \div t_{f2})$$

$$+ 2l_w t_{w2} (2l_f \div t_{f1} + 2l_w \div t_{w1} + 2l_f \div t_{f2} + l_w \div t_{w2})$$

$$0 = (J_1 - 2a_i J_2) \div J_0$$

曲げ捩り

断面係数

$$J_3 = 8 \sum_{i=1}^{i=4} A_i \sum_{j=1}^{j=4} B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A_i	$l_w + y_s$	$l_f - x_s$	$l_w - y_s$	$l_f + x_s$
$l_w + y_s$	$l_f^3 (t_{f1} \div 3 + t_{f2})$ + $l_f^2 l_w (t_{w1} + t_{w2})$	$l_f^2 l_w 2 t_{f2}$ + $l_f l_w^2 \cdot$ $(t_{w1} + 2 t_{w2})$	$l_f^3 t_{f2}$ + $l_f^2 l_w 2 t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$
$l_f - x_s$		$l_f l_w^2 t_{f2}$ + $l_w^3 \cdot$ $(t_{w1} \div 3 + t_{w2})$	$l_f^2 l_w t_{f2}$ + $l_f l_w^2 2 t_{w2}$	$l_w^3 t_{w2}$
$l_w - y_s$			$l_f^3 t_{f2} \div 3 +$ $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$
$l_f + x_s$				$l_w^3 t_{w2} \div 3$

$$J_4 = 8 \sum_{i=1}^{i=4} A_i \sum_{j=1}^{j=4} B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A_i	$1 \div t_{f1}$	$1 \div t_{w1}$	$1 \div t_{f2}$	$1 \div t_{w2}$
$l_w + y_s$	$l_f^3(t_{f1} \div 3 + t_{f2})$ + $l_f^2 l_w(t_{w1} + t_{w2})$	$l_f^2 l_w t_{f2}$ + $l_f l_w^2 \cdot$ $(t_{w1} \div 2 + t_{w2})$	$l_f^3 t_{f2} \div 2$ + $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$ $\div 2$
$l_f - x_s$	$l_f^2 l_w t_{f2}$ + $l_f l_w^2 \cdot$ $(t_{w1} \div 2 + t_{w2})$	$l_f l_w^2 t_{f2}$ + $l_w^3 \cdot$ $(t_{w1} \div 3 + t_{w2})$	$l_f^2 l_w t_{f2} \div 2$ + $l_f l_w^2 t_{w2}$	$l_w^3 t_{w2} \div 2$
$l_w - y_s$	$l_f^3 t_{f2} \div 2 +$ $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f^2 l_w t_{f2} \div 2$ + $l_f l_w^2 t_{w2}$	$l_f^3 t_{f2} \div 3 +$ $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$ $\div 2$
$l_f + x_s$	$l_f l_w^2 t_{w2} \div 2$	$l_w^3 t_{w2} \div 2$	$l_f l_w^2 t_{w2} \div 2$	$l_w^3 t_{w2} \div 3$

$$J_5 = 8 \sum_{i=1, j=1}^{i=4, j=4} A_i B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A_i	$1 \div t_{f1}$	$1 \div t_{w1}$	$1 \div t_{f2}$	$1 \div t_{w2}$
$\frac{1}{t_{f1}}$	$l_f^3(t_{f1} \div 3 + t_{f2})$ + $l_f^2 l_w(t_{w1} + t_{w2})$	$l_f^2 l_w t_{f2}$ + $l_f l_w^2 \cdot$ $(t_{w1} + 2t_{w2})$	$l_f^3 t_{f2}$ + $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$
$\frac{1}{t_{w1}}$		$l_f l_w^2 t_{f2}$ + $l_w^3 \cdot$ $(t_{w1} \div 3 + t_{w2})$	$l_f^2 l_w t_{f2}$ + $l_f l_w^2 t_{w2}$	$l_w^3 t_{w2}$
$\frac{1}{t_{f2}}$			$l_f^3 t_{f2} \div 3 +$ $l_f^2 l_w t_{w2}$	$l_f l_w^2 t_{w2}$
$\frac{1}{t_{w2}}$				$l_w^3 t_{w2} \div 3$

$$C_{bd} = {}_0^2 J_0 - 2 {}_0 J_1 + 4 {}_0 a_i J_2 + J_3 - 4 a_i J_4 + 4 a_i^2 J_5$$

条件を単純化した場合の計算式を表 3.1-104 に示す。

条 件		計 算 式							
形状	板厚分布	x	y	C _x	C _y	X _s	Y _s	0	C _{b d}
l _f = l	t _{f1} = t	0	$\frac{1}{7}l$	- 8 ÷ 5	8 ÷ 7	0	$\frac{256}{1050}l$	$-\frac{16}{75}l^2$	0.185
	その他 2 t			x l ² t	x l ² t				x l ⁵ t
l _w = l	総て 2 t	0	0	- 2 x l ² t	2 x l ² t	0	0	0	0

表 3 . 1 - 1 0 4

(2) 剪断流

図 3 . 1 - 1 1 0 に示す矩形断面に対し、添付資料 3 . 1 - 2 の式 (ac)、(ad)、(ae) を用いて、剪断流常数及び剪断流の計算公式を算出した結果を示す。ここで定義していない記号は用いた式の記号と同一定義である。

[計算結果]

$$\text{剪断流常数 } J_6 = \left(4 + 4 \frac{t_{f1}}{t_{f2}} \right) l_f^2 + \left(4 \frac{t_{f1}}{t_{w1}} + 4 \frac{t_{w1}}{t_{f2}} + 4 \frac{t_{f1}}{t_{w2}} + 4 \frac{t_{f2}}{t_{w2}} \right) l_f l_w + \left(4 + 4 \frac{t_{w1}}{t_{w2}} \right) l_w^2$$

$$J_7 = 4 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_i B_j C_{ij}$$

A は下表の第 1 列、B は第 1 行、C はそれ以外。i は行、j は列番号。

A _i B _j	l _f ³	l _f ² l _w	l _f l _w ²	l _w ³
l _w + y _s	$\frac{4}{3} \frac{t_{f1}}{t_{f2}}$	$\frac{t_{f1}}{t_{w1}} + 2 \frac{t_{w1}}{t_{f2}} + 2 \frac{t_{f2}}{t_{w2}} + \frac{t_{f1}}{t_{w2}}$	$2 + 2 \frac{t_{w1}}{t_{w2}}$	
l _f - x _s		1	$\frac{t_{w1}}{t_{f2}} + 2 \frac{t_{f2}}{t_{w2}}$	$\frac{4}{3} \frac{t_{w1}}{t_{w2}}$
l _w - y _s	$\frac{1}{3}$	$\frac{t_{f2}}{t_{w2}}$	1	
l _f + x _s				$\frac{1}{3}$

$$J_8 = \frac{16}{3} l_f^3 \left(\frac{1}{t_{f1}} + \frac{1}{t_{f2}} \right) + 8 l_f^2 l_w \left(\frac{t_{w1}}{t_{f1} t_{f2}} + \frac{t_{f2}}{t_{f1} t_{w2}} + \frac{1}{t_{w1}} + \frac{1}{t_{w2}} \right)$$

$$+ 8 l_f l_w^2 \left(\frac{t_{w1}}{t_{f1} t_{w2}} + \frac{t_{f2}}{t_{w1} t_{w2}} + \frac{1}{t_{f1}} + \frac{1}{t_{f2}} \right) + \frac{16}{3} l_w^3 \left(\frac{1}{t_{w1}} + \frac{1}{t_{w2}} \right)$$

$$q_{w0} = - (J_6 - J_7 + 2 a_i J_8) \div I_0$$

剪断流

単純化した条件に対する計算式を表3.1-105に示す。図3.1-111はケースの剪断流で、 $l^3 t$ で無次元化し、24分の1に縮尺してある。

条 件		位 置	計 算 式	
形状	板厚分布		$\int_0^s t d s$ (10:無次元)	q_{w0} (加算)
$l_f = 1$ $l_w = 1$	その他2t	t_{f1} の辺	$(-224 + 224^2) l^3 t \div 525$	$-0.021333 l^3 t$
		t_{w1} の辺	$(448 - 420^2) l^3 t \div 525$	
		t_{f2} の辺	$(28 - 392 + 392^2) l^3 t \div 525$	
		t_{w2} の辺	$(28 + 392 - 420^2) l^3 t \div 525$	
	総て2t	総ての辺	0	0

表3.1-105

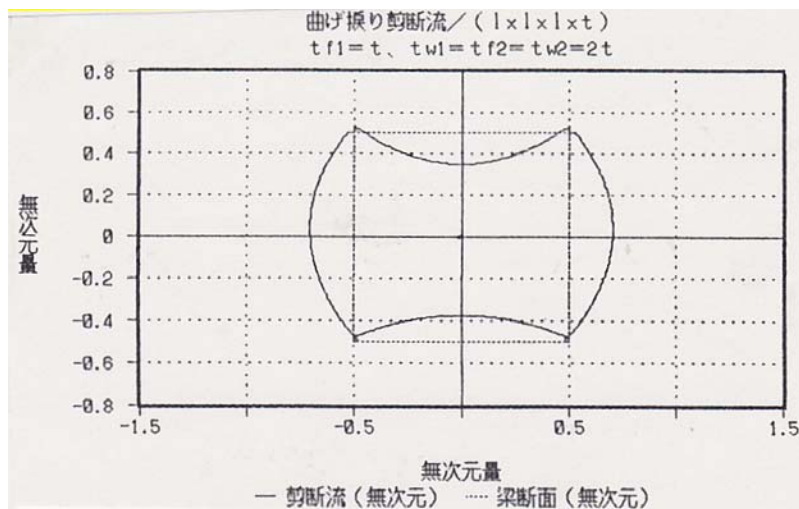


図3.1-111

添付資料 3 . 1 - 6 捩り構造ゲートの強度試験

我が国に於ける捩り構造ゲートの初号機を施工するのに先立ち、構造、振動、及び、剪断坐屈の解析方法を検証し、開閉機能を確認する為に行った大型模型による工場実験¹⁾の方法を示す。

(1) 実験の直接目的

- (1) 歪及び変形量の計測
- (2) 固有振動数の計測
- (3) 開閉機能荷重の計測
- (4) 剪断坐屈荷重の計測

供 試 水 門 緒 言		
諸 元	実 物 門 扉	模 型 門 扉
縮 尺 比 率	2	1
長 さ (m)	68 (中央分割)	34 (片側を制作)
高 さ (m)	2.000	1.000
設計水頭 (m)	2.300	—
最大トルク (t · m)	112.00	14.00
扉板板厚 (mm)	9.0	4.5
重 量 (t)	30.000	2.500
駆 動 方 法	駆 動 軸 式	同 左

表 3 . 1 - 1 0 6

(2) 模 型

想定実機及び模型の緒言を表 3 . 1 - 1 0 6 に示す。模型は扉高1.000m x 長さ17.000mであり、図 3 . 1 - 1 1 2 は歪及び変形量の計測の為にコンクリートの基礎ブロックの上に水平状に据え付けられた状態を示すスケッチで、扉体の一端は、図 3 . 1 - 1 1 3 に

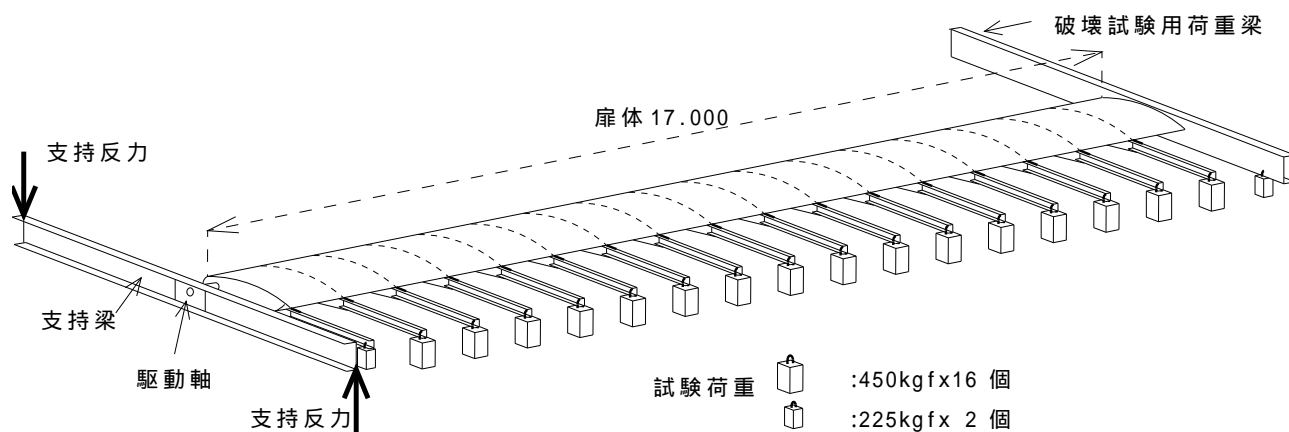


図 3 . 1 - 1 1 2

¹⁾文献 (3)

示す様に、梁に固定された駆動軸で支持されている。反対側に取り付けられた梁は坐屈試験時に载荷の為に用いるものである。扉体の下縁は回転支承を介して基礎ブロックに固定されている。扉体の内部は、図3.1-6の写真で示した様に、肋板が一定間隔に並び、扉板が剪断坐屈に対して補強材で防撓されている。

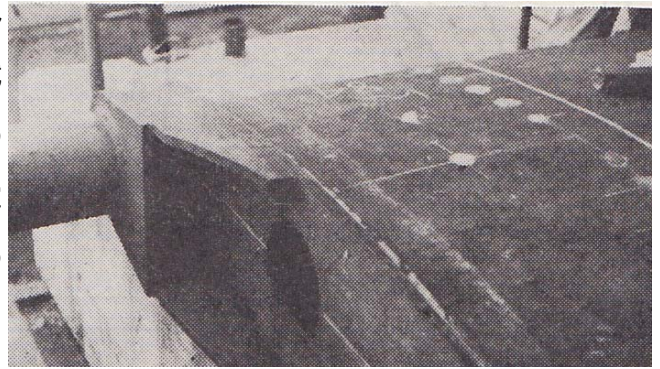


図3.1-113

(3) 試験の方法

(1) 歪及び変形量の計測

荷重は、図3.1-112に示す様に、支承を含む断面位置に取り付けた片持ち梁にコンクリートブロックの重力を作用させた。位置を変えることにより常用荷重と最大荷重の二段階に負荷できる。分布は(2)の計算荷重で述べた静定捩りモーメントが実現される様に選択した。歪計測は抵抗線式歪計、変位量は扉体に取り付けた目盛り尺をトランシットで計測した。

(2) 固有振動数の計測

扉体に衝撃力を加えて自由振動を与え、歪の変化を自動記録計させた。

(3) 開閉機能荷重の計測

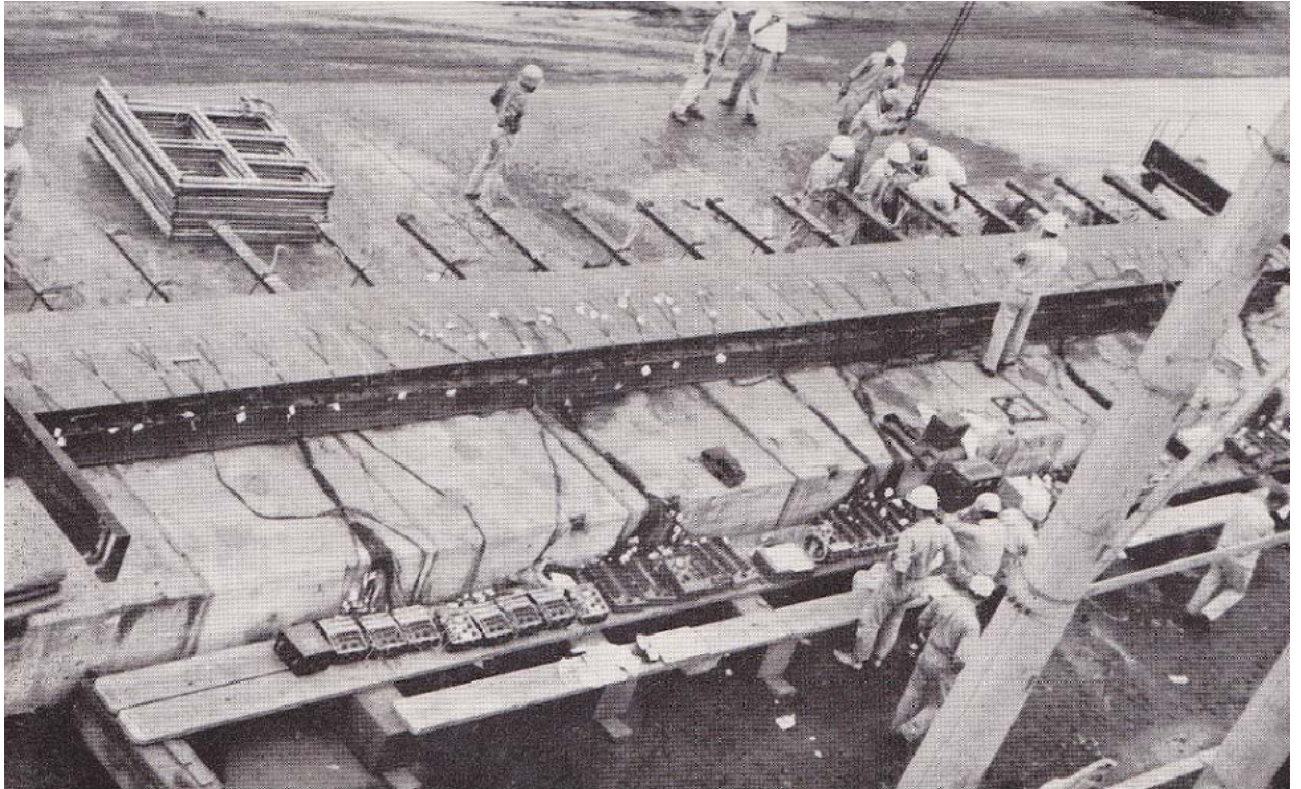
捩り構造ゲートが長径間ゲートの上に設置された親子ゲートを想定し、親ゲートの水平撓みに相当する量だけ回転支承を移動した状態と直線状態に於いて開閉試験を行って、開閉荷重を計測すると共に扉体の運動状態を観察した。開閉は端末の支持張りをクレーンで引き上げるにより行い、降下は自重のみで行った。荷重の計測はクレーンの吊りワイヤーに取り付けたロードセルで行った。

(4) 剪断坐屈荷重の計測

コンクリートブロックにより負荷した状態で、非駆動端の梁に油圧シリンダーで段階的捩り偶力を作用させ、外板に剪断坐屈を起こさせた。計測は歪計及び油圧計により行った。試験終了後扉体を切断し、坐屈形状を計測した。

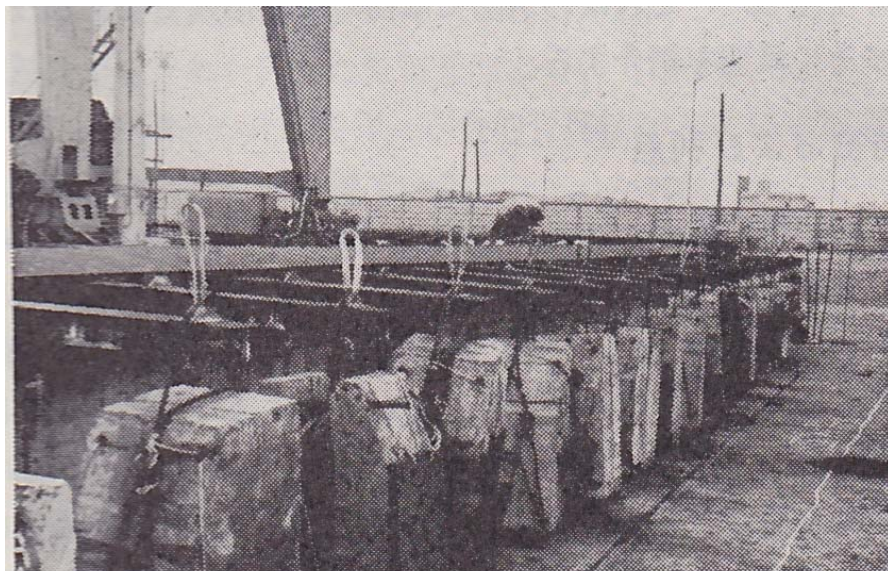
(4) 試験状況

図 3 . 1 - 1 1 4 及び 1 1 5 試験状況を示す。図 1 1 4 は歪及び変形量試験の全景であり、図 1 1 5 は最大荷重を負荷した状態を示す。



魚腹型水門扉強度実験全景（横浜造船所相模原工場）

図 3 . 1 - 1 1 4



最大荷重実験（コンクリートウエート：1個 450kg）

図 3 . 1 - 1 1 5

添付資料 3 . 1 - 7 振り構造ゲートの構造解析に関する参考文献

- (1) 寺田溥、魚腹型転倒水門扉の強度、農業土木学会京都支部発表会、1965
- (2) 三菱重工業株式会社(寺田溥)、起伏ゲート(その1)、土とコンクリート、1965
- (3) 寺田溥、三菱魚腹型水門扉、三菱重工技報 Vol. 2 No. 2、1965
- (4) 寺田溥、Stress Analysis of Flared Tubular Joint Stiffened with Diaphragms、Master Thesis prepared for Prof. J. G. Bouwkamp of U. of California at Berkeley、1969
- (5) J. G. Bouwkamp、A. K. Vaish and Hiroshi Terata、A Study of Defferent Flared Joint Configurations (PAPER NUMBER OTC 1229)、OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE 6200 North Central Expressway, Dallas, Texas、1970
- (6) 寺田溥、重永憲明、ドック用トーシヨンタイプフラップゲートの開発、三菱重工技報 Vol. 16 No. 6、1979
- (7) 寺田溥、重永憲明、ドック用トーシヨンタイプフラップゲートの開発、水門鉄管 No. 128、1980
- (8) YACHIYO ENGINEERING CO., LTD.、FINAL REPORT OF PRELIMINARY ENGINEERING AND COST ESTIMATES (PHASE 1) FOR THE STUDY OF ALTERNATIVES TO THE PANAMA CANAL、COMMISSION FOR THE STUDY OF ALTERNATIVES TO THE PANAMA CANAL、1992
- (9) YACHIYO ENGINEERING CO., LTD.、FINAL REPORT OF PRELIMINARY ENGINEERING AND COST ESTIMATES (PHASE 2) FOR THE STUDY OF ALTERNATIVES TO THE PANAMA CANAL、COMMISSION FOR THE STUDY OF ALTERNATIVES TO THE PANAMA CANAL、1993
- (10) M.A.N.、M.A.N KLAPPENWEHRE LIEFERVERZEICHNIS
- (11) Von o. Professor Dr. Paul Cicin、Die Fischbauchklappe und verwandte Wehrsysteme、DER BAUINGENIEUR、1958 Heft 10、1958
- (12) Von o. Professor Dr. Paul Cicin、Die Fischbauchklappe und verwandte Wehrsysteme (Fortsetzung und Schlu aus Heft 10)、DER BAUINGENIEUR、1958 Heft 11、1958
- (13) Von Dipl.-Ing. I Borocz、Eine Methode zur Berechnung der Fischbauchklappe、DER BAUINGENIEUR、1966 Heft 1、1966
- (14) 林政輝、上田幸彦、シェル構造フラップゲートの静的解析及び固有振動数の計算法、

石川島播磨技報第9巻第3号、1969

- (15) 高木貞治、解析概論、岩波書店、1942
- (16) 犬井鐵郎、偏微分方程式とその応用、コロナ社、1957
- (17) 倉西正嗣、弾性学、国際理工研究社、1949
- (18) 倉西正嗣、応用弾性学、共立全書、1957
- (19) S. Timoshenko (訳：北畠顕正、片山健次郎)、材料力学 下巻、コロナ社、1955
- (20) Timoshenko and Goodier、Theory of Elasticity、Mc Graw-hill Koogakusha、1959
- (21) Arthru P. Boreasi、Elasticity in Engineering Material、Prentice Hall、1965
- (22) J. S. Przemieniecki、THEORY OF MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS、McGraw-Hill、1968
- (23) Mem. savants, vol.14、1855
- (24) H.Wagner、Verdrehung und Knickung von offenen Profilen、Festschrift. 25 Jahre T.H. Danzig、S.329、1929
- (25) H.Wagner, W. Pretscher、Verdrehung und Knickung von offenen Profilen、Lufo., Bd 11. Nr.6、1934
- (26) Seal H. and Seal G., Die Berechnung von Stutzen in schwach gekrumnten S-chalen、Der Stahlbau 5/1974、1974
- (27) 小西一郎、小松定夫、大橋昭光、合成箱桁橋の応力解析と設計計算法、土木学会論文集第25号、1955
- (28) . . . 、 . . . 、 (開断面薄肉構造について)、
- (29) . . . (真鍋正寛、久松光世 抄訳)、開断面の薄肉構造理論(曲げ捩り理論)(静定編 ~) . . . 原文名称 "開断面薄肉構造について"、工学研究(工学出版株式会社) Vol. 14 7~9月号、1965
- (30) . . . (真鍋正寛、坂文雄 抄訳)、開断面の薄肉構造理論(曲げ捩り理論)(不静定編 ~) . . . 原文名称 "開断面薄肉構造について"、工学研究(工学出版株式会社) Vol.15の11・12号及びVol.16の1・2号、1967
- (31) V Z ウラソーフ(奥村敏恵他訳)、薄肉弾性梁の理論、

- (32) 奥村敏恵、薄肉弾面の曲げ捩り特性、構造工学に於ける最近の諸問題、1967
- (33) 岡本舜三（編者）、鋼構造の研究、奥村敏恵還暦記念会、1977
- (34) 橋梁ハンドブック編集委員会（委員長：奥村敏恵）、橋梁ハンドブック、建設産業調査会、1976
- (35) 関西造船協会、造船設計便覧（第4版）、海文堂、1983
- (36) 日本機械学会、機械工学便覧（昭和62年度版）、日本機械学会、1987
- (37) 日本鋼構造協会、疲労設計指針（案）、日本鋼構造協会（J．S．S．C．）、1989
- (38) 農業土木学会、農業土木ハンドブック、農業土木学会編
- (39) 弾性安定要覧、
- (40) 日笠育夫、可動堰、工業雑芸社