

パワーポイント版

捺り構造ゲート

反りの緩和と 最適設計

TeraMatsu

目 次

頁

1 . はじめに	1
2 . 曲げ捩りについて	2
2 . 1 名称的根元	2
2 . 2 単純捩りと曲げ捩り	2
(1) 単純捩り	2
(2) 曲げ捩り	4
3 . 曲げ捩りの影響	4
3 . 1 内力変化	4
3 . 2 応力変化	9
3 . 2 . 1 魚腹形断面の応力	9
3 . 2 . 2 箱型断面の応力	12
3 . 2 . 2 . 1 支持端近傍	12
3 . 2 . 2 . 2 自由端近傍	16
4 . 反りの緩和	21
4 . 1 反り 0 の条件	21
4 . 2 反り 0 の事例	22
4 . 2 . 1 レンズ型断面	23
4 . 2 . 2 箱型断面	25
(1) 反り関数と剪断流	25
(2) 反り関連諸量と構造解析結果	28
4 . 3 反り 0 条件と最適設計	29
4 . 3 . 1 形状変更の方法	29
4 . 3 . 2 最適設計の方法	29
5 . おわりに	32
添付資料 1 . 捩り構造の技術的諸量 (関係と内容)	33
添付資料 2 . 参考文献	35

1. はじめに

薄肉閉断面の捩り構造は閉断面積の自乗で荷重に抵抗するので、部材の二次モーメントで抵抗する曲げ構造に比較して圧倒的に有利であり、この差は径間が増すに従い拡大する。

捩りには**単純捩り**と**曲げ捩り**の2種類の現象があり、**単純捩り**では単純捩りモーメントが断面に作用して捩り剪断応力が発生しますが、**曲げ捩り**では単純捩りモーメントに加え曲げ捩りモーメントが作用し、断面上の捩り剪断応力は両者のものが加算されます。単純捩りモーメントによる剪断応力は断面内に一様に分布しますが、曲げ捩りモーメントによる剪断応力は断面内で大きく波打ちますので、両者を合計した応力も大きく波打ち、最大値は**単純捩り**の場合の200%以上になることもあります。更に、剪断応力と表裏関係にある垂直応力が加算されます。垂直応力は断面の反りと因果関係があります。

応力は**形状係数**×**変形量**×**ばね常数**に比例しますので、**形状係数**を低減して曲げ捩り応力と垂直応力を緩和し、又は、消滅することができます。しかし、**形状係数**の低減操作で断面係数が低下し、**変形量** = **内力** ÷ (**断面係数** × **ばね常数**) から**変形量**が増加して**形状係数**の低減を帳消しにする可能性があります。

捩り構造の**変形量**を大きく支配している**断面係数**は J_t です。 J_t × **ばね常数** (G) が単純捩りモーメントに抵抗する**断面剛性**です。**形状係数**の低減操作で J_t が減少しても、断面形状の変更でこれを補い**変形量**増加を抑制して自重低減を計ることができます。

コスト低減を目標とする**最適設計**に**形状係数**操作を適用して捩り構造の優位性をより確かなものにすることが可能である。

2. 曲げ捩りについて

2.1 名称的根元

曲げ捩りの名称はH. Wagnerに始まります。彼は図-2-1に示すようなH型鋼について曲げ捩りの一般理論を確立しました。この中で曲げ捩りに対する断面係数 C_{bd} を曲げ捩り断面剛性(Bieguugsverdrehungswiderstand)と名付けました。図-2-1のA端末はH形鋼の支持側、B端末は負荷側を表し、B端末に作用する捩りモーメントで梁はX軸周りに捩られ、B端末断面1234は反りにより1'2'3'4'に変形します。AB間で反りや捩りモーメントに変化があるとX軸に沿って反りが変化します。フランジに面内曲げが発生しているのと同じですから、フランジ断面に図-2-2に示す一対の剪断力が発生して偶力を形成します。これが曲げ捩りモーメントであり、本来の断面捩りモーメントに加わって外部捩りモーメントと釣り合います。このような現象から曲げ捩りの名称がつけられたとされています。応用分野の広がりでのイメージからかけ離れた例も少なくありませんが、この名称が用いられています。

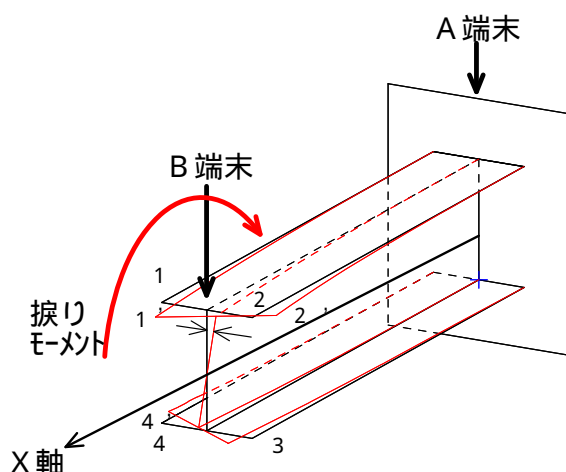


図-2-1 曲げ捩りの名称的根元

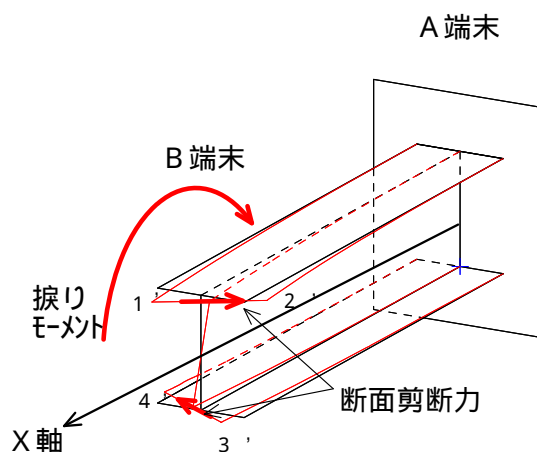


図-2-2 断面剪断力

2.2 単純捩りと曲げ捩り

薄肉閉断面を例として単純捩りと曲げ捩りのイメージ的相違を示します。

(1) 単純捩り

図-2-3は薄肉閉断面梁の単純捩り変形の例です。A端末は支持側、B端末は負荷側で、B端末に作用する捩りモーメントで梁はX軸周りに捩られ、B

端末断面 1 2 3 4 は形状を維持しながら 1' 2' 3' 4' に移動します。梁の稜線は捻られた後も直線です。単純捻りは一様捻りとも呼ばれます。断面に反りのない捻り（例：円形断面）、断面に反りがありますが曲げ捻りが発生しない捻り、及び、曲げ捻りを無視した捻りであります。ほとんどの捻り問題がこの範疇に入り、反りが無いものとして扱われます。断面内力は単純捻りモーメント、曲げモーメント、及び、剪断力の3種類です。

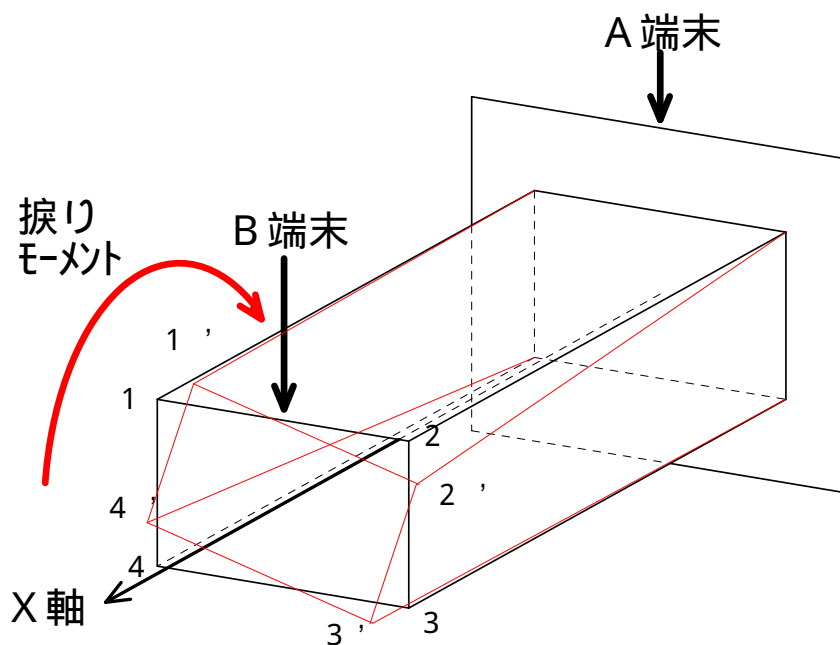


図 - 2 - 3 薄肉閉断面梁の単純捻り

(2) 曲げ捻り

図 - 2 - 4 は矩形薄肉閉断面梁の曲げ捻り変形を示します。A 端末は支持側、B 端末は負荷側を表し、B 端末に作用する捻りモーメントで梁は X 軸周りに捻られ、B 端末断面 1 2 3 4 は反りにより 1' 2' 3' 4' に変形します。曲げ捻りでありますから A B 間で反りや捻りモーメントに変化があり、反りは X 軸に沿って変化します。図 - 2 - 2 のフランジで見たように梁の底板、頂板、及び、両側板の断面に剪断力が発生して曲げ捻りモーメントを形成し、単純捻りモーメントと一緒に外部捻りモーメントと釣り合います。断面内力は単純捻りで示した 3 種類、曲げ捻りモーメント、及び、反りにより断面に発生する垂直応力の 5 種類です。

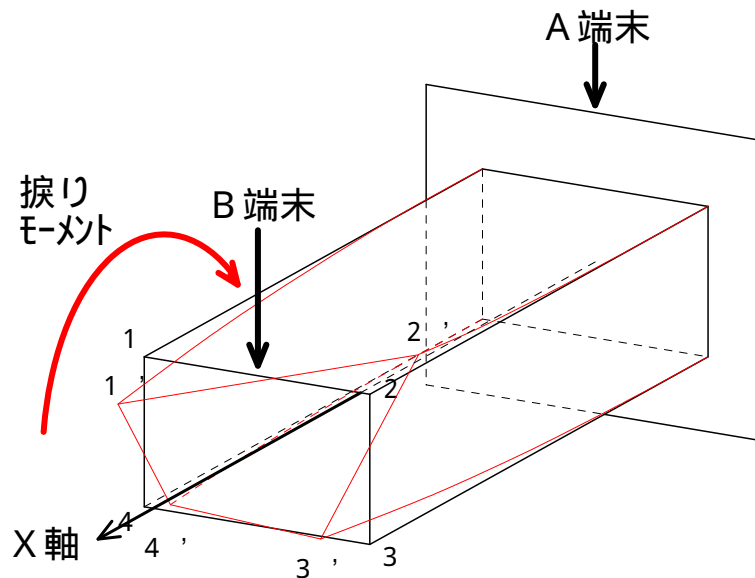


図 - 2 - 4 薄肉閉断面梁の曲げ捻り

3. 曲げ捻りの影響

単純捻りに曲げ捻りが加わっても断面内力に大きな変化はありませんが、断面内に比較的均一分布する剪断応力は曲げ捻りモーメントの加算で大きく波打ち、最大値が大幅に増加します。以下にこの事例を示します。

3.1 内力変化

図 - 3 - 1 は内力に大きな変化がないことを示す為の箱型断面の事例であ

り、名称を箱型断面の基本ケースと付けます。

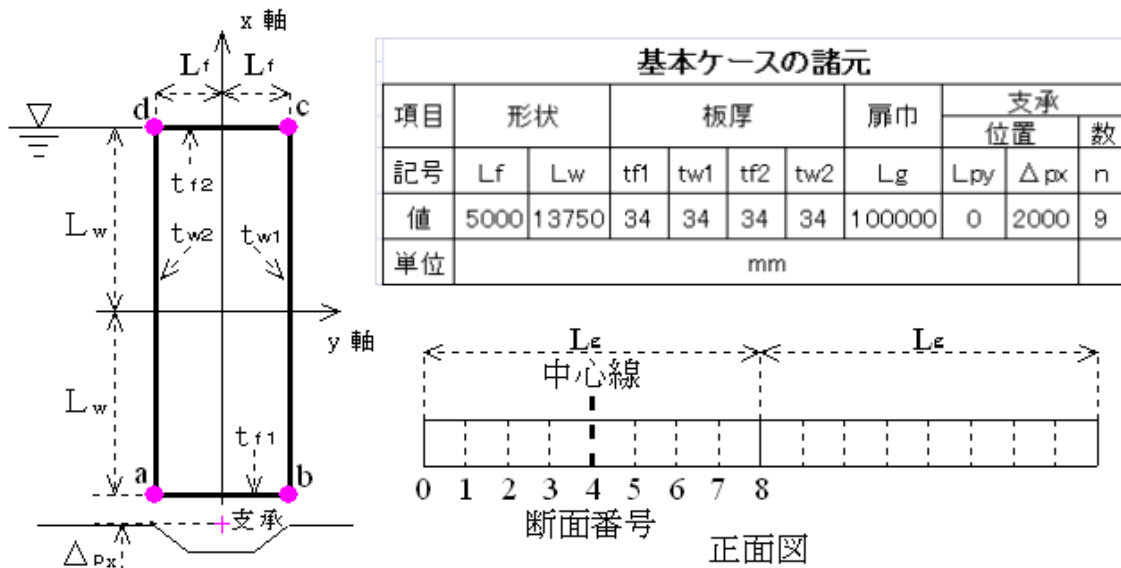


図 - 3 - 1 箱型断面の基本ケースの諸元

図 - 3 - 2 および 3 は単純捩り理論による内力の解析結果、図 - 3 - 4 ~ 6 は曲げ捩り理論による内力と変形の解析結果です。単純捩り理論による捩り変形は曲げ捩り理論のグラフに示しました。尚、Y 軸周りの曲げモーメント M_y 、および、X 軸方向の剪断力 Q_x は零です。支承点と剪断中心が X 軸上にあることがその理由です。

- 単純捩りに曲げ捩りが加わった場合の断面内力の変化は下記の通りです。
- 内部捩りモーメントが若干増減するが、支持端の値は変わらない。
- 曲げと単純捩りモーメントの合計は内部捩りモーメントに等しい。
- 曲げモーメントと剪断力は若干減少する。
- 捩り変形量は若干減少するが、自由端の値は変わらない。

(1) 単純捩り理論による解析

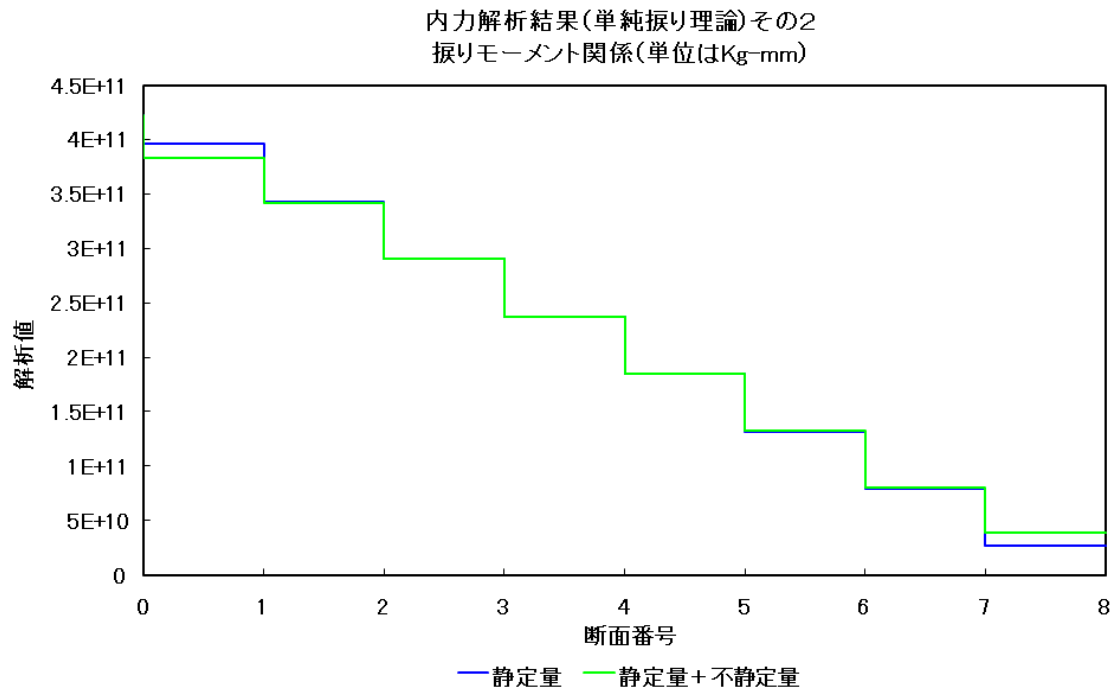


図 - 3 - 2 単純捩り理論による解析・・・捩りモーメント関係

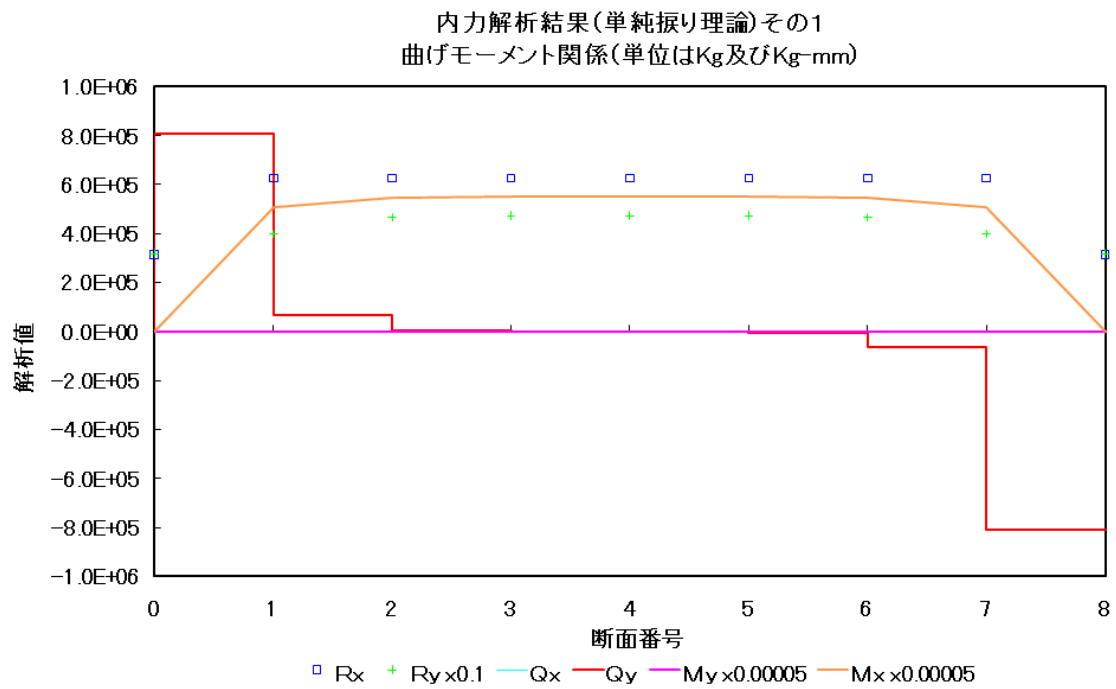


図 - 3 - 3 単純捩り理論による解析・・・曲げモーメント関係

(2) 曲げ捩り理論による解析

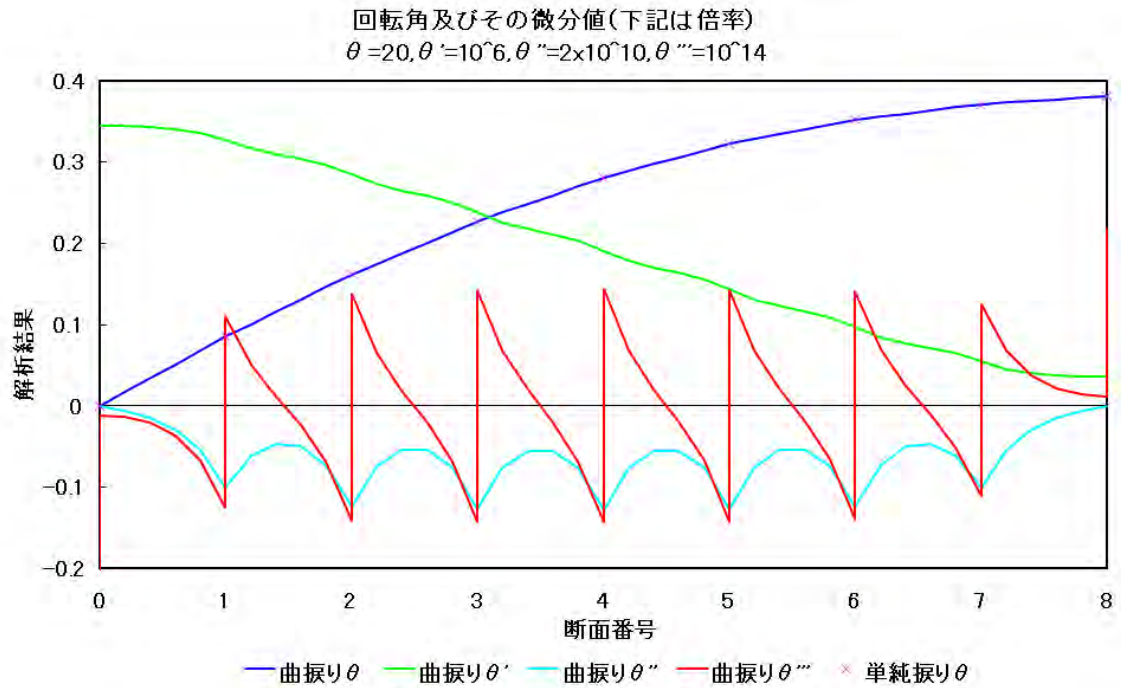


図 - 3 - 4 曲げ捩り理論による解析・変形量関係

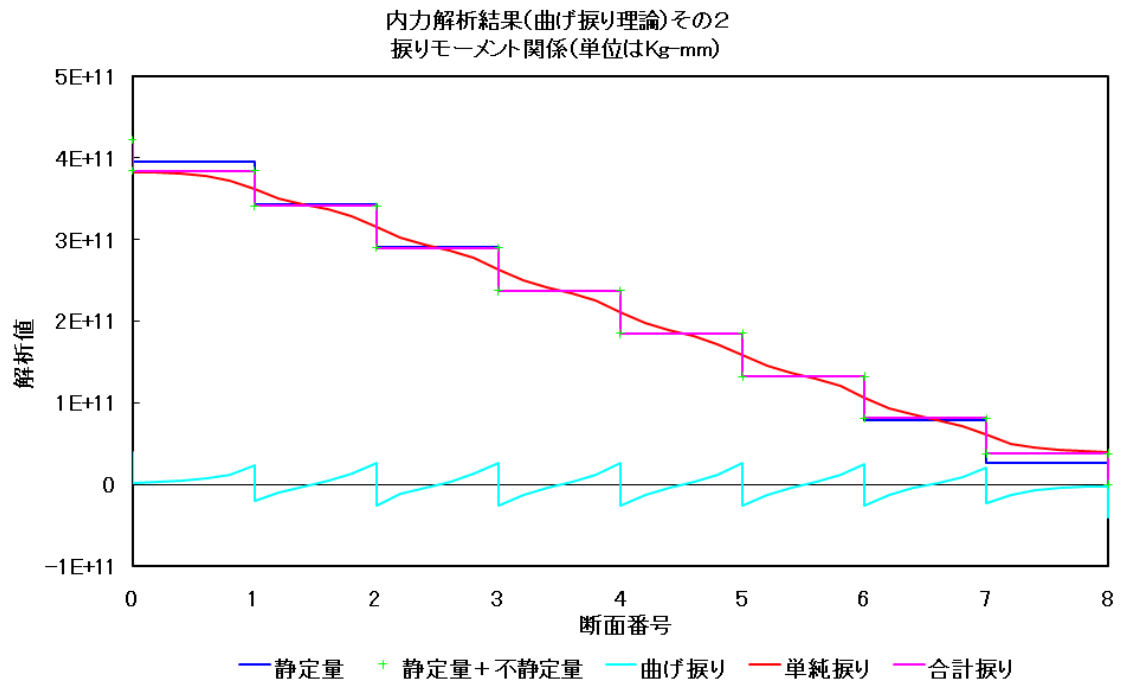


図 - 3 - 5 曲げ捩り理論による解析・捩りモーメント関係

内力解析結果(曲げ捩り理論)その1
 曲げモーメント関係(単位はKg及びKg-mm)

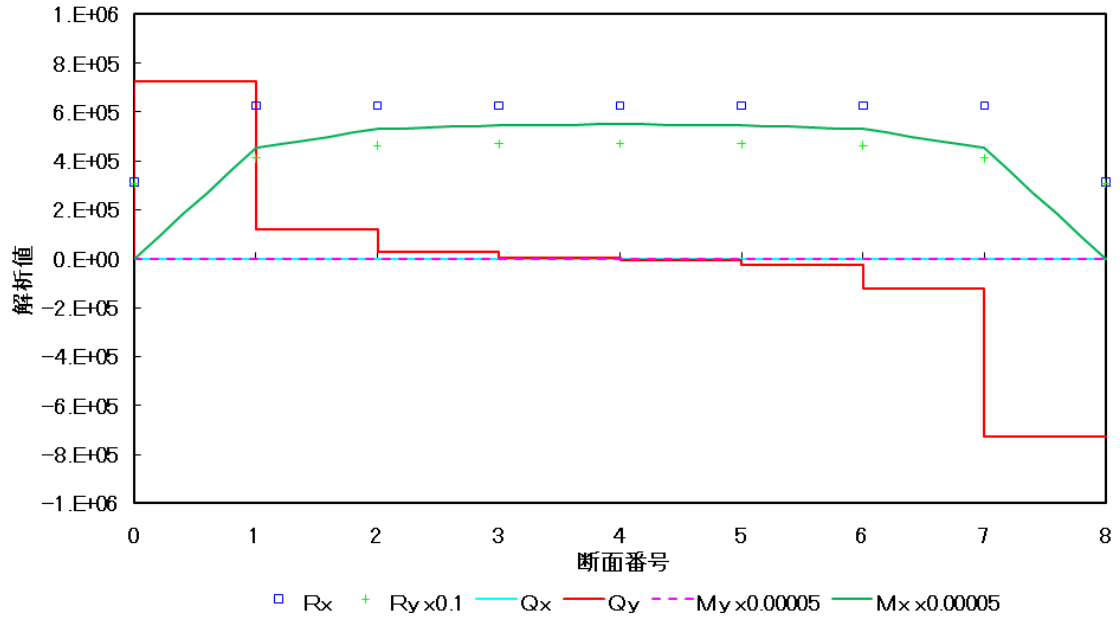


図 - 3 - 6 曲げ捩り理論による解析・・・曲げモーメント関係

3.2 応力変化

断面内に比較的均一分布する剪断応力が曲げ捩りモーメントの加算で大きく波打ち、最大値が大幅に増加することを魚腹型断面、および、箱型断面の例で示します。応力分布の表示断面を1外、1内などの形で示します。数字は断面番号を示し、外または内は径間方向の中心線に対して外側または内側であることを示します。曲げ捩りモーメントが支承位置で反転して応力分布が全く異なるので、支承を含む断面の両側応力を表示しました。断面番号と中心線は各ケースの諸元図に示します。

3.2.1 魚腹形断面の応力

魚腹形断面は貯水池や河川の転倒ゲートに多く見られます。図-3-7は魚腹型事例の諸元を示します。断面番号0が支持端、8が自由端です。

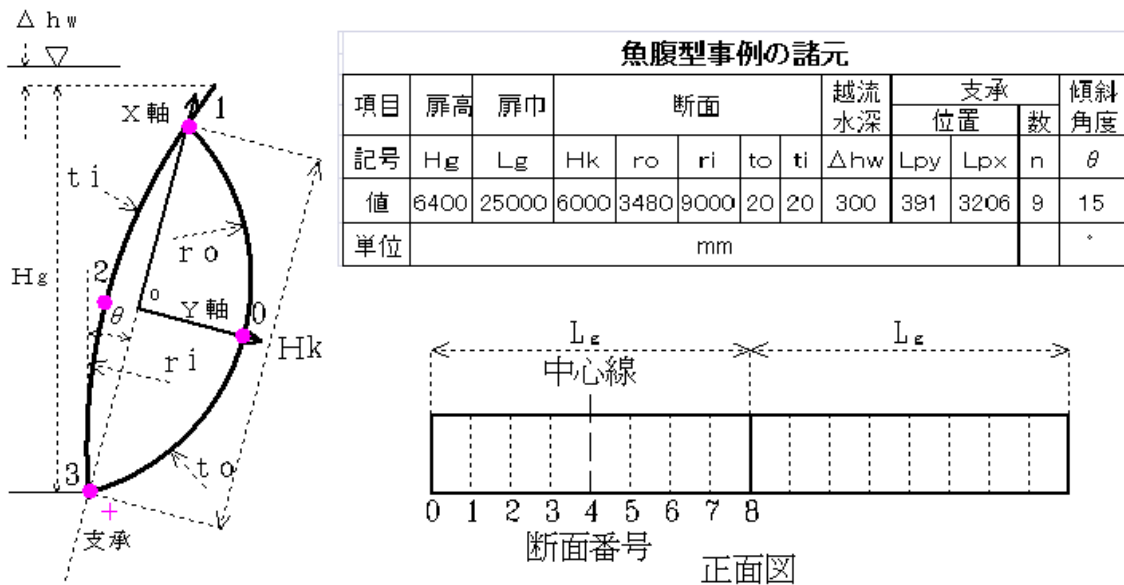


図-3-7 魚腹型事例の諸元

図-3-8が単純捩り理論の応力、9が曲げ捩り理論の応力です。横軸は図-3-7に示す断面に沿ったガス長であり、0、1、2、3点は同図の桃色点に対応します。

単純捩り(図-3-8)の説明: 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力に曲げに伴う剪断応力を加算した値、垂直は垂直応力の略称で、X、Y軸周りの曲げモーメント応力の合計値であり、主₁および主₂は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。主₁および主₂が剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。

曲げ捩り（図 - 3 - 9）の説明：剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力、曲げ捩り応力、及び、曲げに伴う剪断応力を合算した値、垂直は垂直応力の略称で、断面の反りに伴う垂直応力とX、Y軸周りの曲げモーメント応力の合算値であり、主 σ_1 および主 σ_2 は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。主 σ_1 および主 σ_2 が量的に剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。垂直応力の殆どを占める反り応力は断面応力の支配的要素ではありません。剪断応力及び主応力はグラフのプロット点数が増せば滑らかになる筈です。曲げ捩り理論による剪断応力の増加量は約33%です。

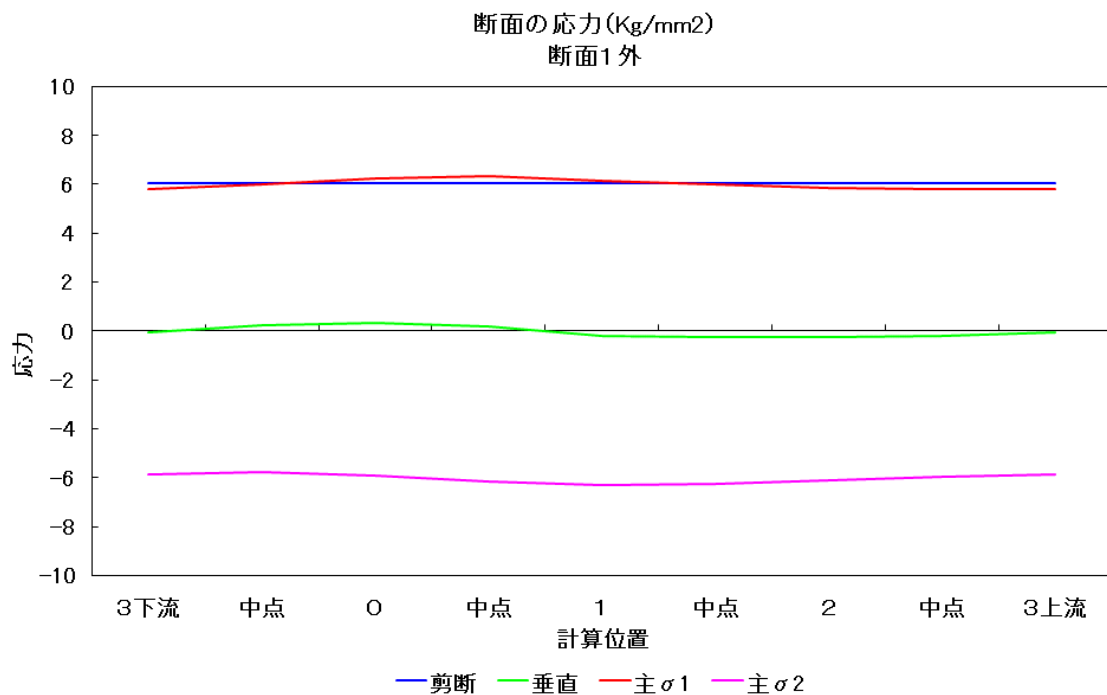


図 - 3 - 8 単純捩り理論による断面応力（魚腹形）

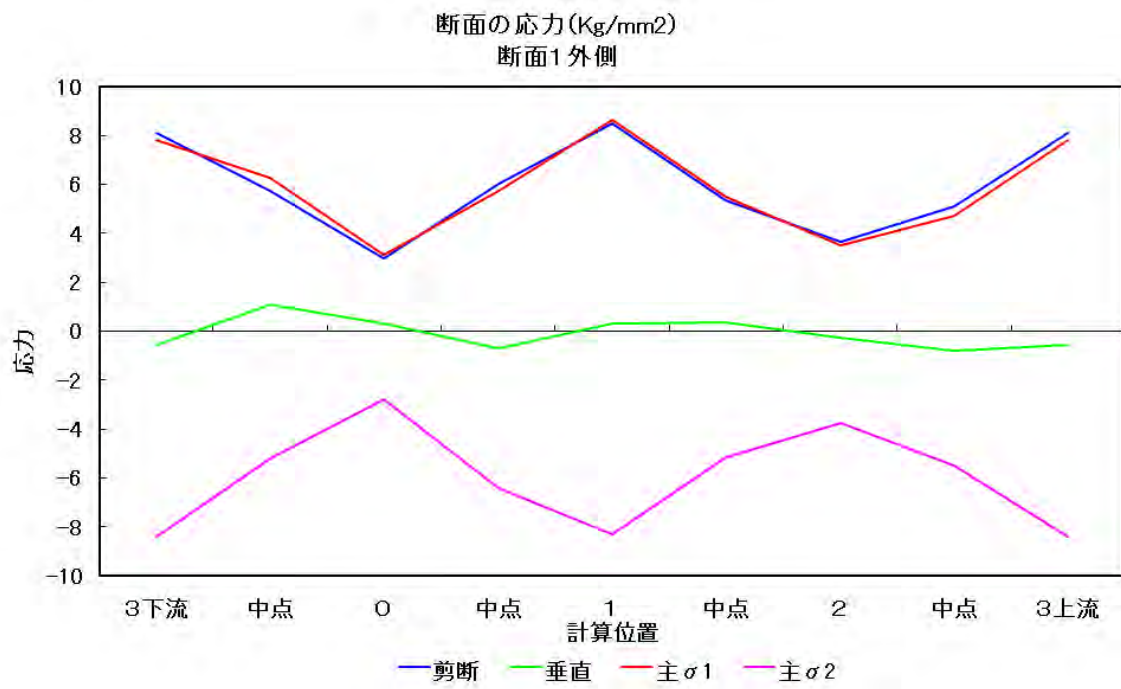


図 - 3 - 9 曲げ捩り理論による断面応力 (魚腹形)

3.2.2 箱型断面の応力

箱型断面は大型船舶修繕ドック用転倒ゲートへの適用実績がある。技術提案の防潮ゲートはこの形が有利と考えられます。断面応力の事例として、作用捩りモーメントが大きいゲート支持端近傍と作用捩りモーメントが小さい自由端近傍の例を示します。

3.2.2.1 支持端近傍

図 - 3 - 1 の基本ケースについて支持端近傍の断面応力を示します。支持端近傍では作用捩りモーメントが最大です。

(1) 断面1外

図 - 3 - 10 が単純捩り理論の断面応力、11 が曲げ捩り理論の断面応力です。横軸は図 - 3 - 1 に示す断面に沿ったガース長であり、a、b、c、d 点は同図の桃色点に対応します。

単純捩り (図 - 3 - 10) の説明：剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力に曲げに伴う剪断応力を加算した値、垂直は垂直応力の略称で、X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合計値であり、主₁および主₂は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。主₁および主₂が剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。

曲げ捩り (図 - 3 - 11) の説明：剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力、曲げ捩り応力、及び、曲げに伴う剪断応力を合算した値、垂直は垂直応力の略称で、断面の反りに伴う垂直応力と X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合算値であり、主₁および主₂は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。主₁および主₂が量的に剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。垂直応力の殆どを占める反り応力は、断面応力に若干の影響があるものの支配的要素ではありません。曲げ捩り理論による剪断応力の増加量は約 20% です。増加区分は a~b (底板) と c~d (頂板)、減少区分は b~c (側板) と d~a (側板) です。

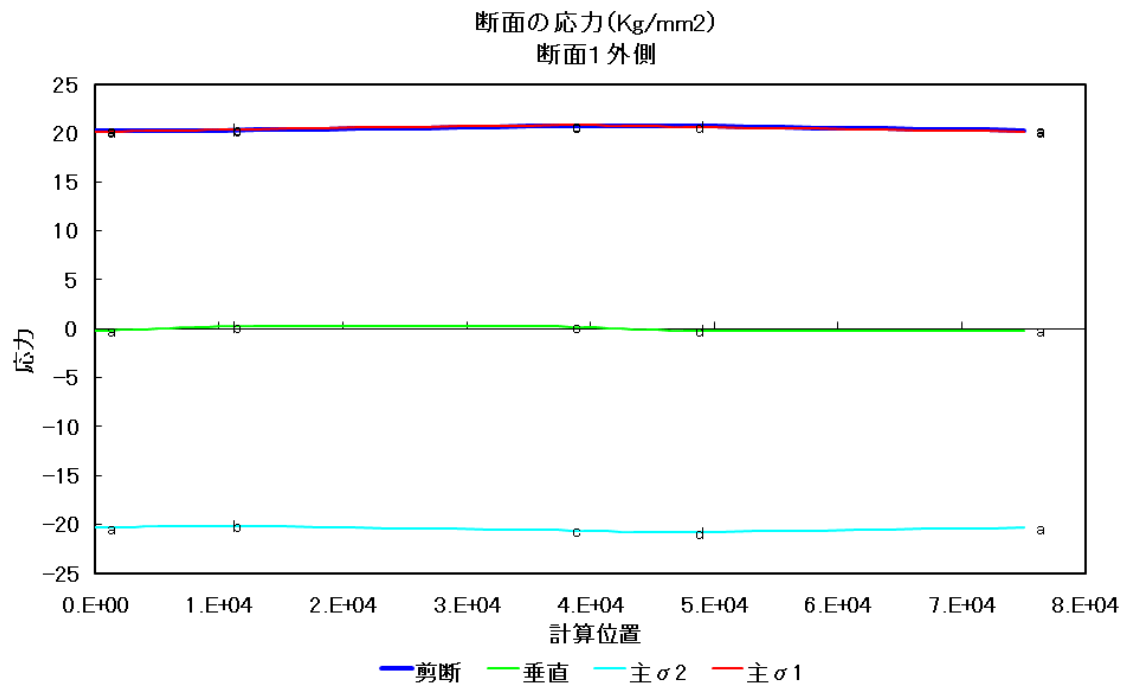


図 - 3 - 10 単純捩り理論による断面応力 (箱型断面 1 外)

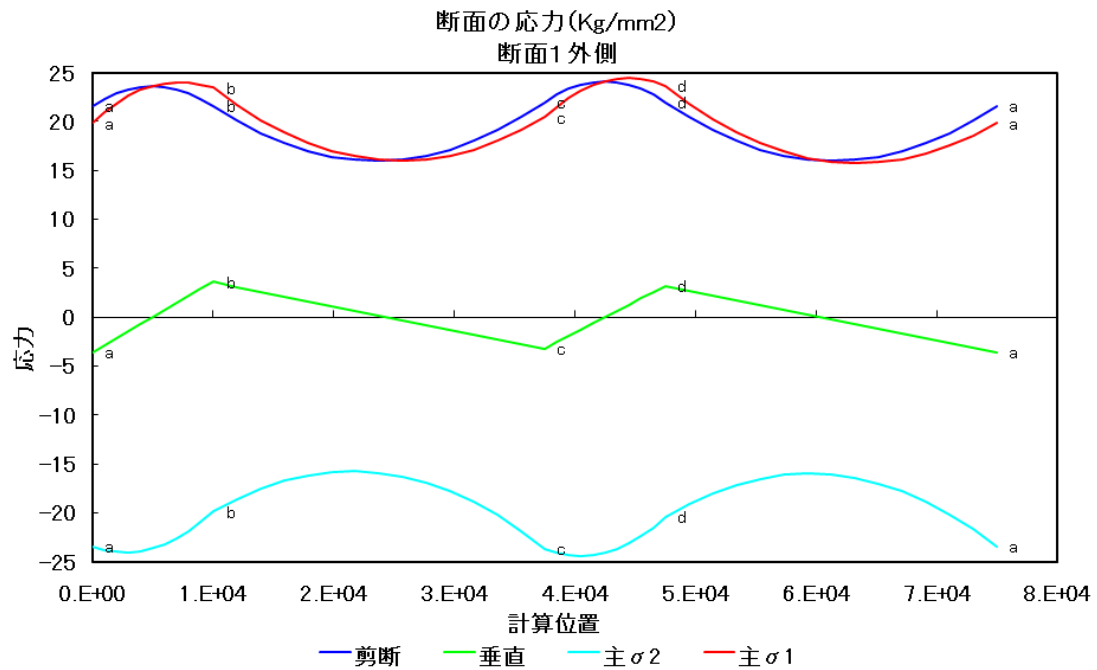


図 - 3 - 11 曲げ捩り理論による断面応力 (箱型断面 1 外)

(2) 断面 1 内

図 - 3 - 1 2 が単純捩り理論の断面応力、1 3 が曲げ捩り理論の断面応力です。横軸は図 - 3 - 1 に示す断面に沿ったガース長であり、a、b、c、d 点は同図の桃色点に対応します。

単純捩り (図 - 3 - 1 2) の説明 : 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力に曲げに伴う剪断応力を加算した値、垂直は垂直応力の略称で、X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合計値であり、主 σ_1 および主 σ_2 は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。 σ_1 および σ_2 が剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。

曲げ捩り (図 - 3 - 1 3) の説明 : 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力、曲げ捩り応力、及び、曲げに伴う剪断応力を合算した値、垂直は垂直応力の略称で、断面の反りに伴う垂直応力と X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合算値であり、主 σ_1 および主 σ_2 は主応力の略称で、剪断応力と垂直応力から算出した値です。 σ_1 および σ_2 が量的に剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。垂直応力の殆どを占める反り応力は、断面応力に若干の影響があるものの支配的要素ではありません。曲げ捩り理論による剪断応力の増加量は約 22% です。増加区分は b~c (側板) と d~a (側板) で、減少区分は a~b (底板) と c~d (頂板) です。

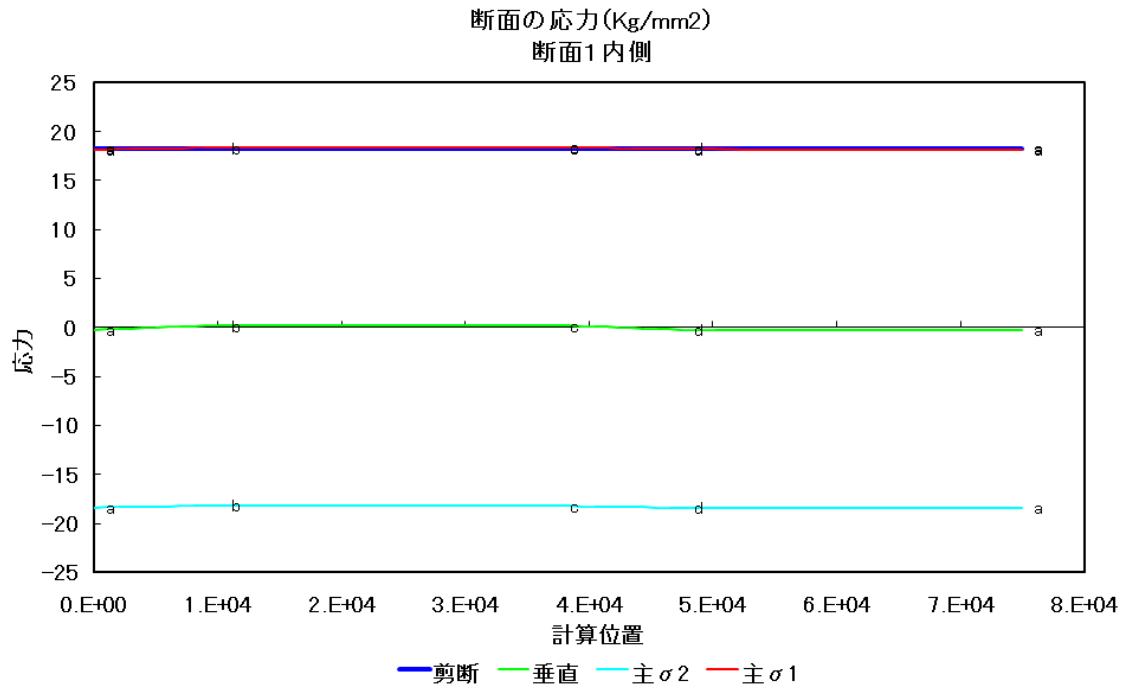


図 - 3 - 1 2 単純捩り理論による断面応力 (箱型断面 1 内)

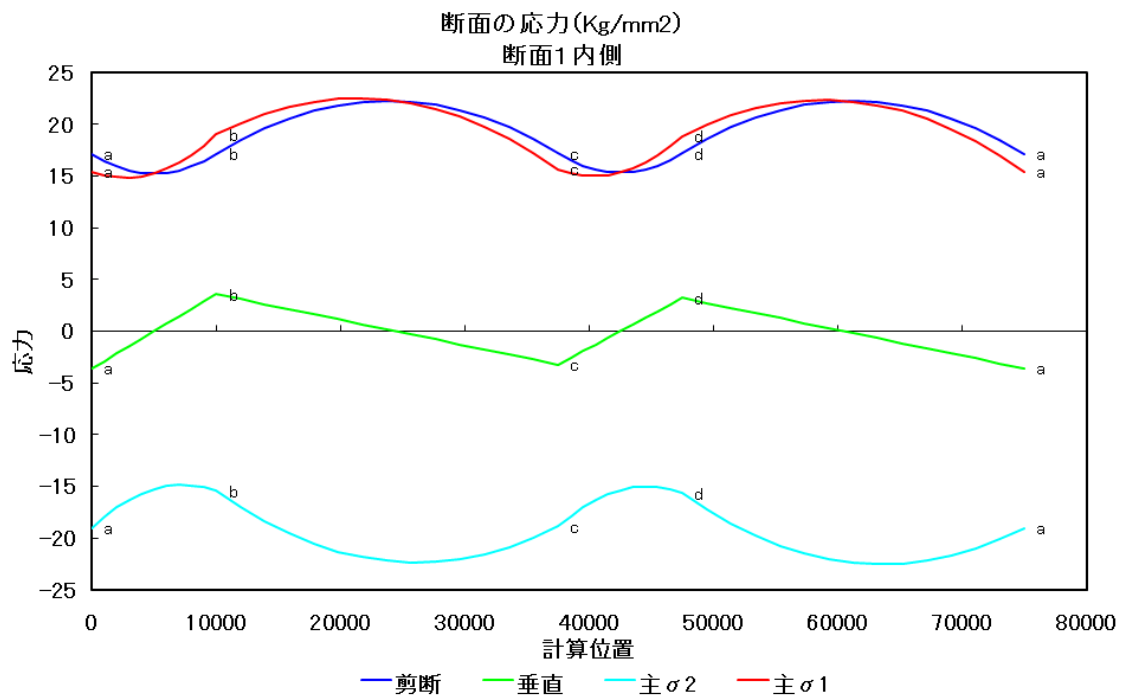


図 - 3 - 1 3 曲げ捩り理論による断面応力 (箱型断面 1 内)

3.2.2.2 自由端近傍

図 - 3 - 1 4 の箱型事例で自由端近傍の断面応力を示します。自由端近傍に於ける作用捩りモーメントは比較的小さいです。断面番号 0 が支持端、10 が自由端であり、断面 8 及び 9 の応力を示します。

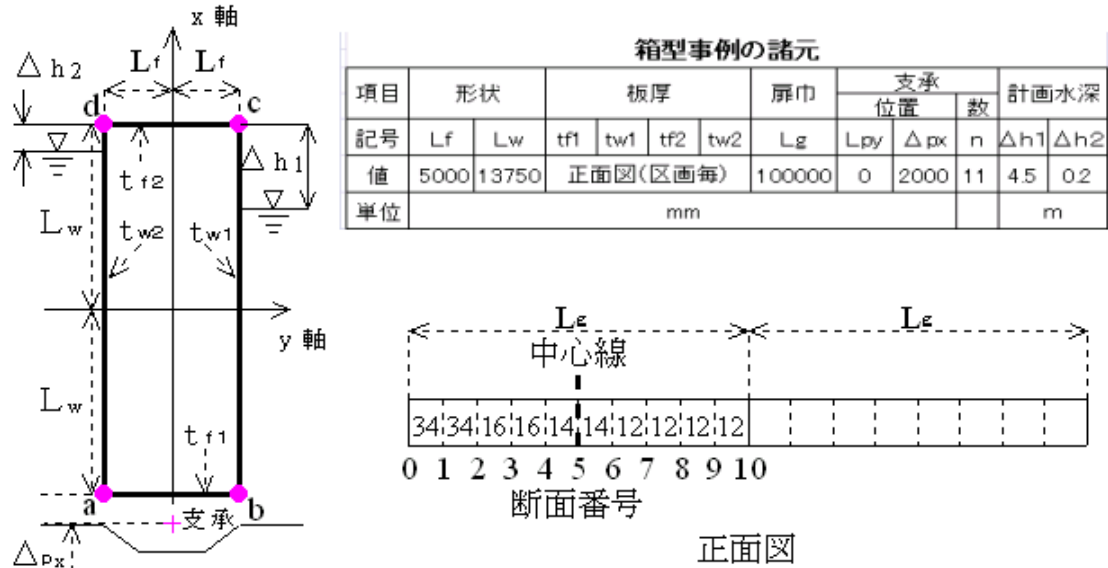


図 - 3 - 1 4 箱型事例の諸元

(1) 断面 8 外

図 - 3 - 1 5 が単純捩り理論の断面応力、1 6 が曲げ捩り理論の断面応力です。横軸は図 - 3 - 1 4 に示す断面に沿ったガース長であり、a、b、c、d 点は断面上の桃色点に対応します。

単純捩り (図 - 3 - 1 5) の説明： 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力に曲げに伴う剪断応力を加算した値、垂直は垂直応力の略称で、X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合計値であり、合成は剪断歪みエネルギー説による合成応力の略称、及び、主 σ_1 および主 σ_2 は主応力の略称で、どちらも剪断応力と垂直応力から算出した値です。 σ_1 および σ_2 が剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。

曲げ捩り (図 - 3 - 1 6) の説明： 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力、曲げ捩り応力、及び、曲げに伴う剪断応力を合算した値、垂直は垂直応力の略称で、断面の反りに伴う垂直応力と X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合算値であり、合成は剪断歪みエネルギー説による合成応力の略称、及び、主 σ_1 および主 σ_2 は主応力の略称で、どちらも剪断応力と垂直応力から算出した値です。 σ_1 および σ_2 が量的に剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。垂直応力の殆どを占める反り応力は、断面応力に若干の影響があるものの支配的要素ではありません。曲げ捩り理論による剪断応力の増加量は約 1 1 4 % である。増加区間は b ~ c (側板) と d ~ a (側板)、減少区間は a ~ b (底板) と c ~ d (頂板) です。

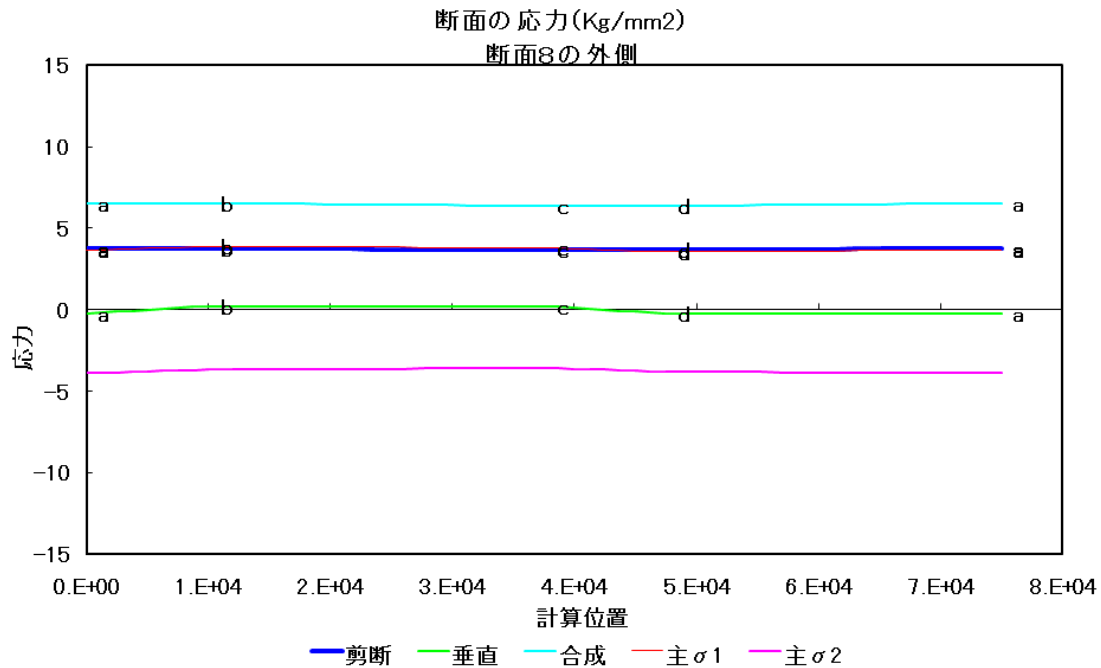


図 - 3 - 1 5 単純捩り理論による断面応力 (箱型断面 8 外)

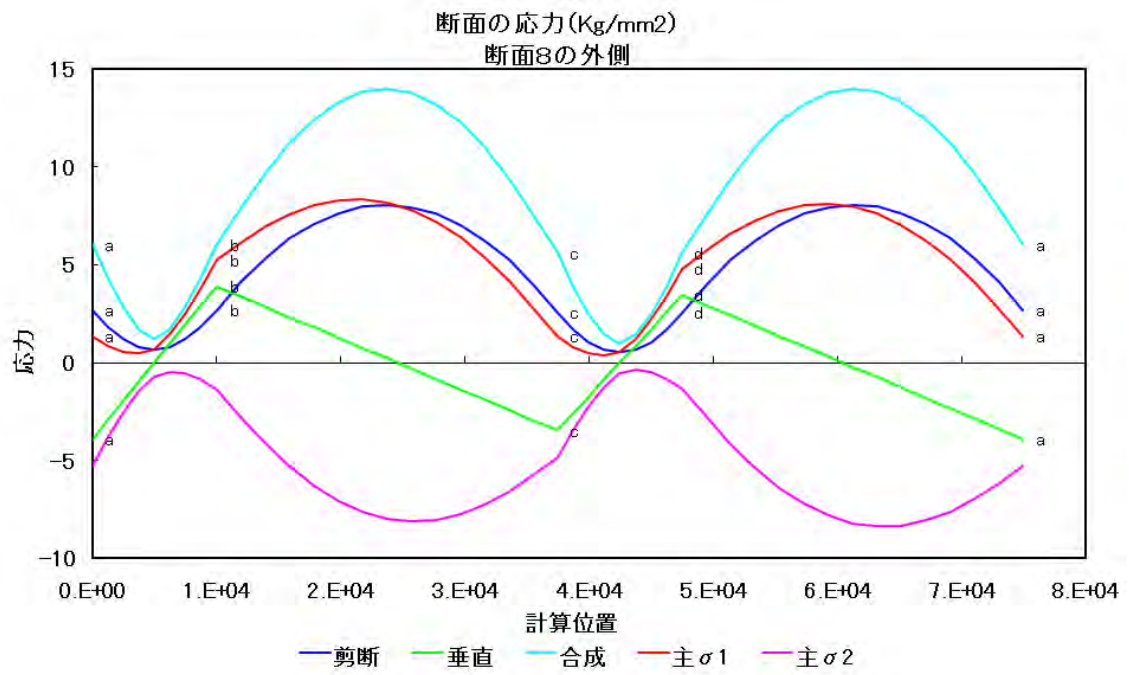


図 - 3 - 16 曲げ捩り理論による断面応力 (箱型断面8外)

(2) 断面 9 内

図 - 3 - 1 7 が単純捩り理論の断面応力、1 8 が曲げ捩り理論の断面応力です。横軸は図 - 3 - 1 4 に示す断面に沿ったガース長であり、a、b、c、d 点は断面上の桃色点に対応します。

単純捩り (図 - 3 - 1 7) の説明 : 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力に曲げに伴う剪断応力を加算した値、垂直は垂直応力の略称で、X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合計値であり、合成は剪断歪みエネルギー説による合成応力の略称、及び、主₁および主₂は主応力の略称で、どちらも剪断応力と垂直応力から算出した値です。主₁および主₂が剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。

曲げ捩り (図 - 3 - 1 8) の説明 : 剪断は剪断応力の略称で、単純捩り応力、曲げ捩り応力、及び、曲げに伴う剪断応力を合算した値、垂直は垂直応力の略称で、断面の反りに伴う垂直応力と X、Y 軸周りの曲げモーメント応力の合算値であり、合成は剪断歪みエネルギー説による合成応力の略称、及び、主₁および主₂は主応力の略称で、どちらも剪断応力と垂直応力から算出した値です。主₁および主₂が量的に剪断応力に近いことは応力状態が純剪断に近いことを意味します。垂直応力の殆どを占める反り応力は、断面応力に若干の影響があるものの支配的要素ではありません。曲げ捩り理論による最大剪断応力の増加量は約 8 6 % です。増加区分は a~b (底板) と c~d (頂板)、減少区分は b~c (側板) と d~a (側板) です。

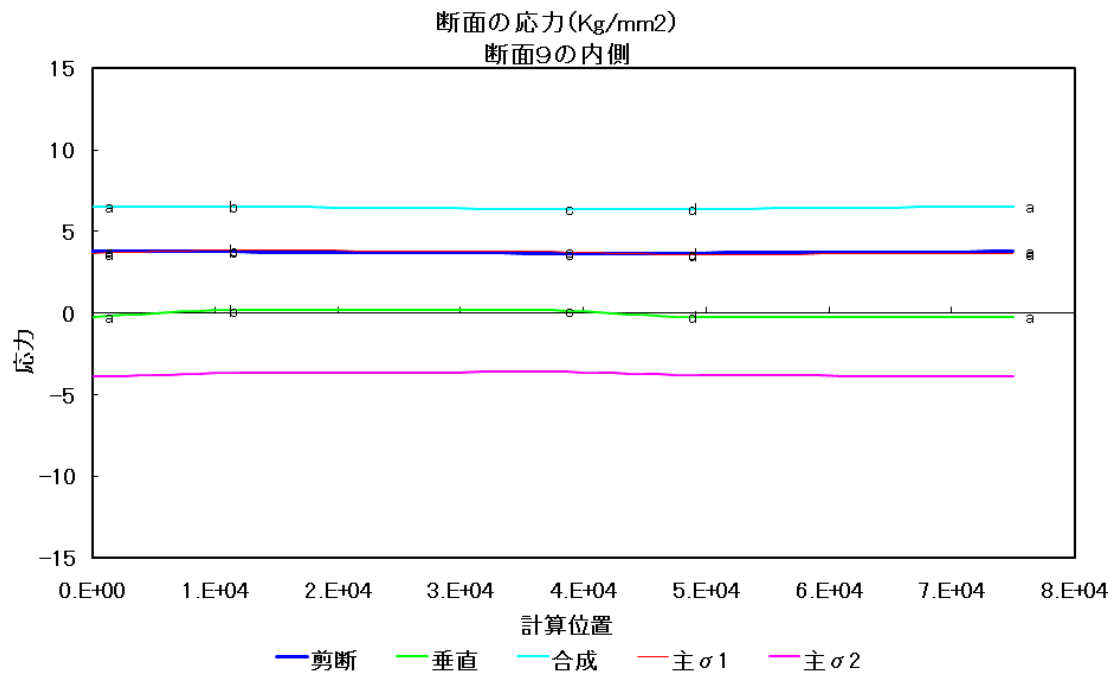


図 - 3 - 17 単純捩り理論による断面応力 (箱型断面9内)

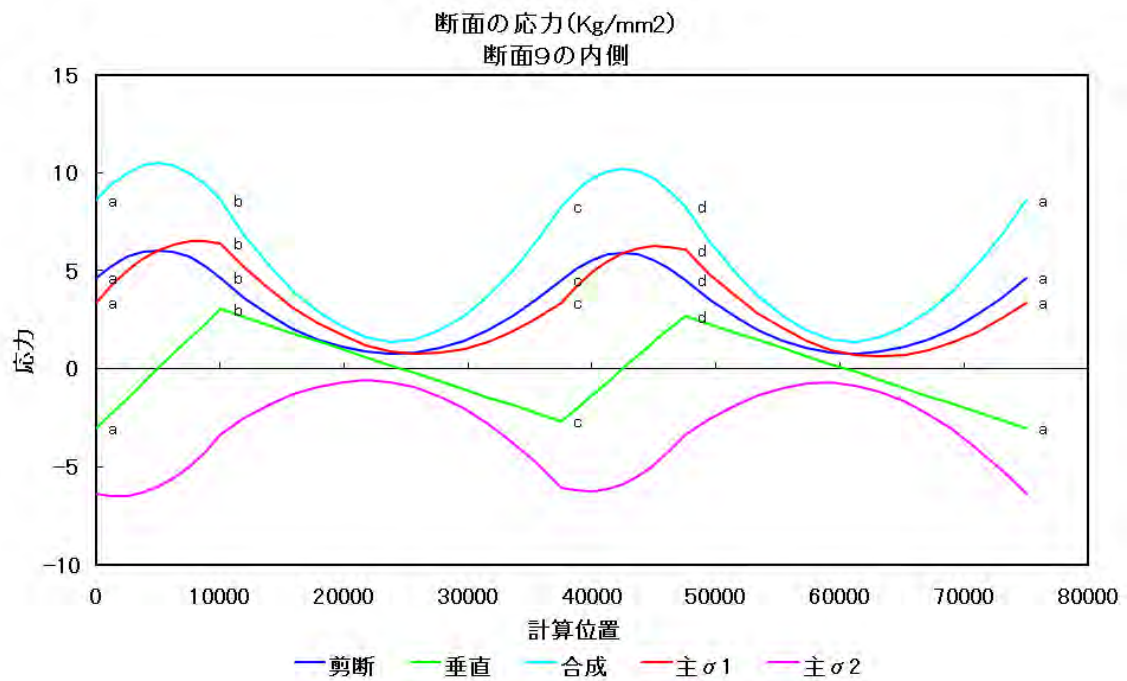


図 - 3 - 18 曲げ捩り理論による断面応力 (箱型断面9内)

4 . 反りの緩和

前項迄の説明の中で断面応力が曲げ捩りの存在で大きく波打ち、応力の最大値が著しく増加することを示しました。応力波打ちの主因は曲げ捩りモーメントを形成する剪断応力です。この応力は断面反りによる垂直応力と釣り合い関係にあるので、断面の反りが無くなれば垂直応力と共に消滅して応力の波打ちが消えるものと考えられます。

応力は**形状係数 × 変形量 × ばね常数**に比例します*¹。断面の反りが減れば**形状係数**が減少しますので、曲げ捩りによる剪断と垂直応力が減少し、または、消滅します。しかしながら、**形状係数**の低減操作に伴い**断面係数**が低下します。

変形量 = 内力 ÷ (断面係数 × ばね常数)の関係から*²**変形量**が増加して**形状係数**の低減を帳消しにする可能性があります。

捩り構造の**変形量**を大きく支配している**断面係数**は J_t です*³。 $J_t \times$ **ばね常数**が単純捩りモーメントに抵抗する**断面剛性**です。**形状係数**の低減操作で J_t が減少しても**断面形状変更**でこれを補って**変形量**の増加を抑制し、自重低減を計ることができます。

最適設計はコスト低減を目標としています。**形状係数**操作の目的を自重低減としましたが、この操作を含めた最適設計が可能です。

4 . 1 反り 0 の条件

図 - 4 - 1 は薄肉閉断面の板厚中心沿いに設定した s 座標を示します。 d_s は任意点の微小長さ、 t はその点の板厚、 S は薄肉閉断面の剪断中心、 r_s は S から任意点の接線に下ろした垂線の足を示します。また、 s 座標で囲まれた面積を A_s とします。

*1各項の説明は添付資料 1 (捩り構造の技術的諸量) の(1)に示した。

*2各項の説明は添付資料 1 (捩り構造の技術的諸量) の(1)に示した。

*3 J_t , warping, vertical stress、及び、shearing stress の関係添付資料 1 (捩り構造の技術的諸量) の(1)と(3)に示した。

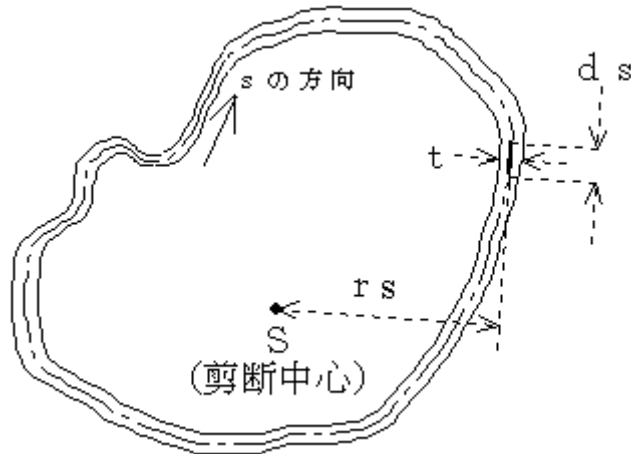


図 - 4 - 1 薄肉閉断面の s 座標

図 - 4 - 1 の薄肉閉断面の反り関数 は次の式で表すことができます。

$$\Psi = \Psi_0 - \int_0^s r_s ds + 2A_s \int_0^s \frac{1}{t} ds \div \oint \frac{ds}{t}$$

上記に含まれる Ψ_0 は反り常数で、周積分の出発点における Ψ の値であり、次の式で表すことができます。

$$\Psi_0 = \left(\oint t \int_0^s r_s ds ds - 2A_s \div \oint \frac{ds}{t} + \oint t \int_0^s \frac{1}{t} ds ds \right) \div \oint t ds$$

反り関数 Ψ と反り常数 Ψ_0 は式(1)が成り立つと零になります。

$$t \times r_s = \text{断面毎に一定値} = C \quad \dots (1)$$

反り関数 Ψ が零であれば断面の反りが零となりますので、 C に比例する垂直応力も零であり、これと釣り合う曲げ捩り剪断応力も零であると考えられます。即ち、式(1)は反り 0 の条件です。

4.2 反り 0 の事例

式(1)をレンズ型断面（魚腹型の特殊ケース）と箱型断面に適用して、反り 0 断面の事例を示します。

4.2.1 レンズ型断面

図 - 4 - 2 はレンズ型薄肉閉断面の寸法を示しています。剪断中心 s が図心

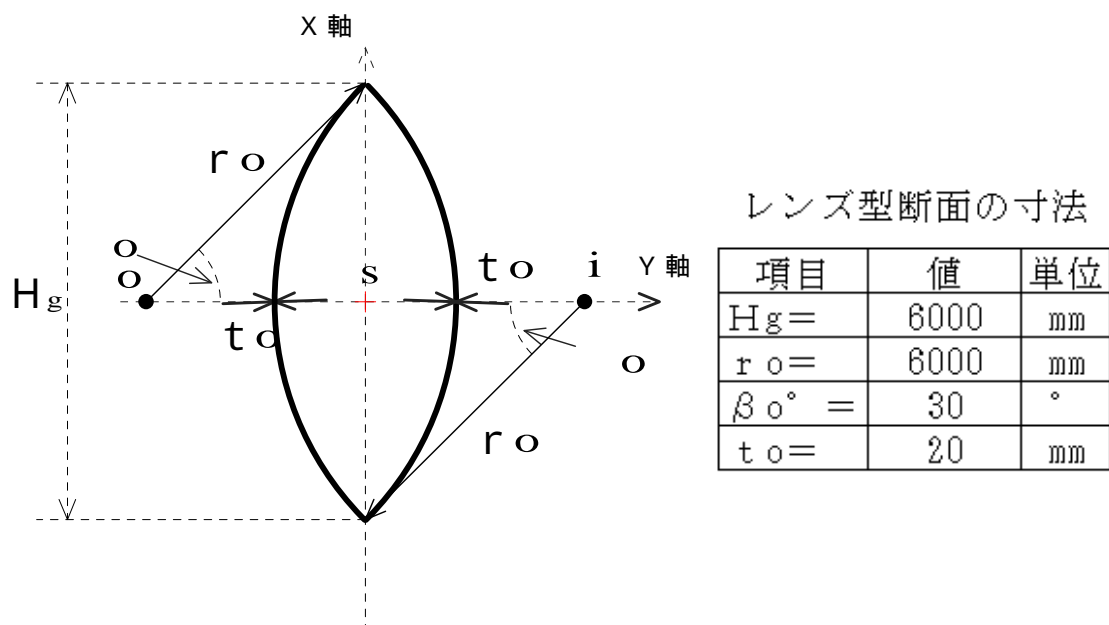


図 - 4 - 2 レンズ型断面の諸量

と一致していますので、反り θ の条件式(1)を式(2)で表します。 θ は薄肉板厚 t_o に対する反り θ 条件板厚の比率で、 β_o は半径 r_o が線分 o_i と作る

$$\theta = (r_o - s_i) \div [r_o - s_i \times \cos(\beta_o)] \quad \dots\dots(2)$$

角度であり、その範囲は $0 < \theta < \beta_o$ 、また、 s_i は線分 s_i です。

図 - 4 - 2 について先ず反り関数と曲げ捩り剪断流を示し、次に、反り θ の条件を満たす断面形状を示します。

図 - 4 - 3 は反り関数と曲げ捩り剪断流です。反り関数は反り量と垂直応力の形状係数であり、剪断流 $\div t$ が曲げ捩り剪断応力の形状係数です。反り量、垂直応力、及び、剪断応力の分布はこれらのグラフに比例します。

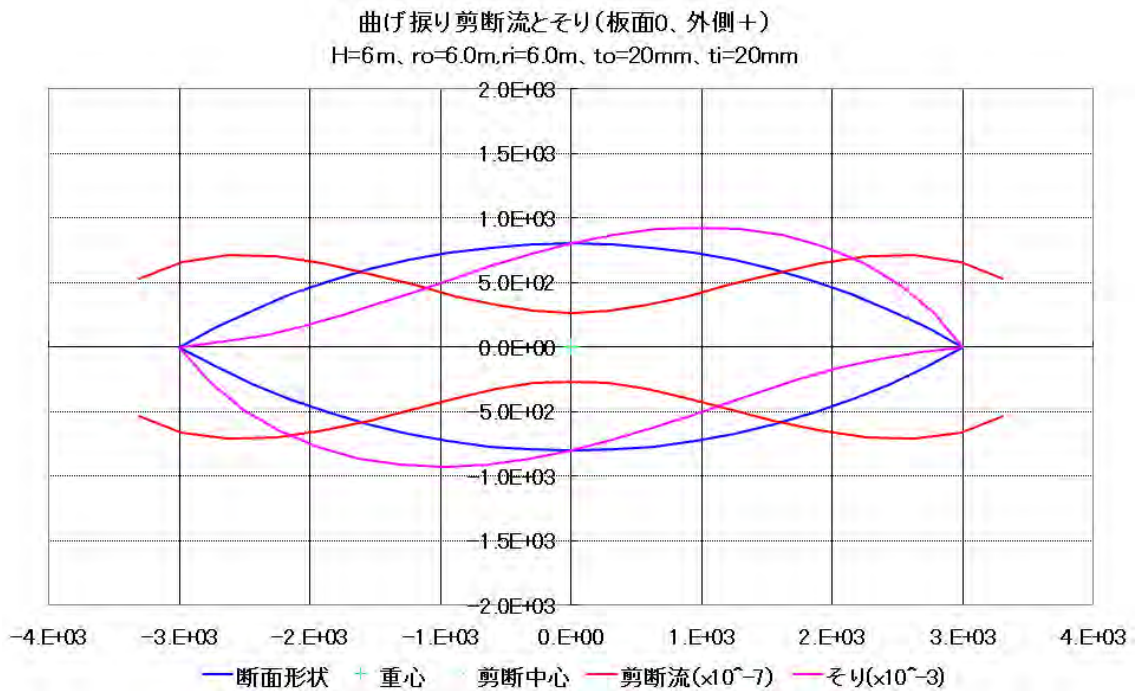


図 - 4 - 3 レンズ型断面の反り関数と曲げ 振り 剪断流

図 - 4 - 4 は反り 0 条件を満たすレンズ型断面の形状を示します。断面の 4 半分を 10 等分し、Y 軸上の板厚を 20mm に維持し、その他の等分点の板厚を式(2)に従って算出した点を曲線で結んだものであり、板厚を 10 倍スケールで示しています。曲げ 振りは完全に 取り除かれて、図 - 4 - 3 で示した剪断流と反りは消滅します。

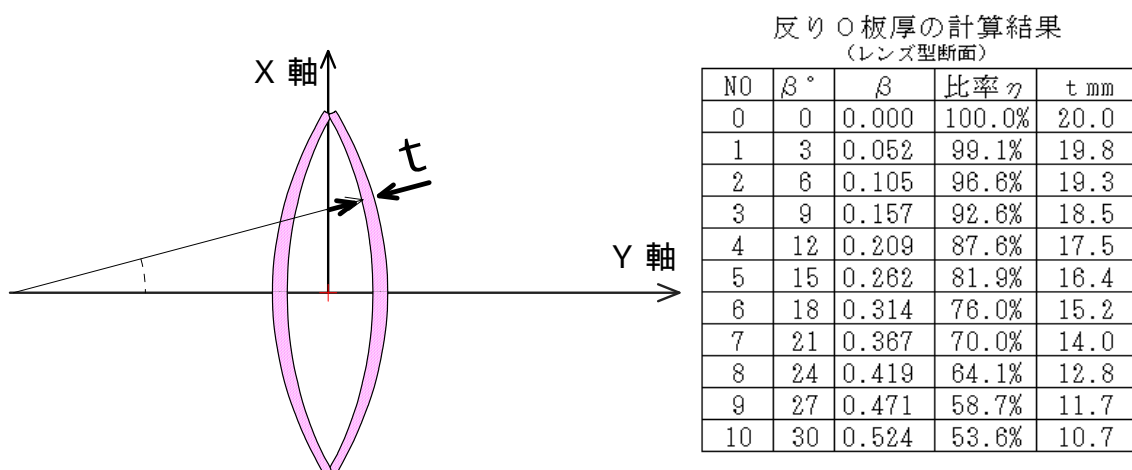


図 - 4 - 4 反り 0 条件を満たすレンズ型断面

4.2.2 箱型断面

図 - 3 - 1 の基本ケースをステップ的に反り 0 条件に近付けて、断面の反りと捩り剪断応力が減少して行く様子を次の二つの方法で示します。

反り関数と剪断流の断面分布図

反り関連諸量と構造解析結果の変動グラフ

反りが減少する様子を示すのに先立って、ステップ的にそり = 0 条件に近付ける方法を明らかにします。反り 0 は、レンズ型断面と同様に、板厚の選択で実現します。図 - 3 - 1 において $t_{f1} = t_{f2} = t_f$ 、 $t_{w1} = t_{w2} = t_w$ と固定し、断面を図 - 4 - 5 で表します。剪断中心が常に X 軸と Y 軸の原点に一致するので、反り 0 条件の式(1)は式(3)で表すことができます。

$$t_f \times L_w = t_w \times L_f \quad \dots (3)$$

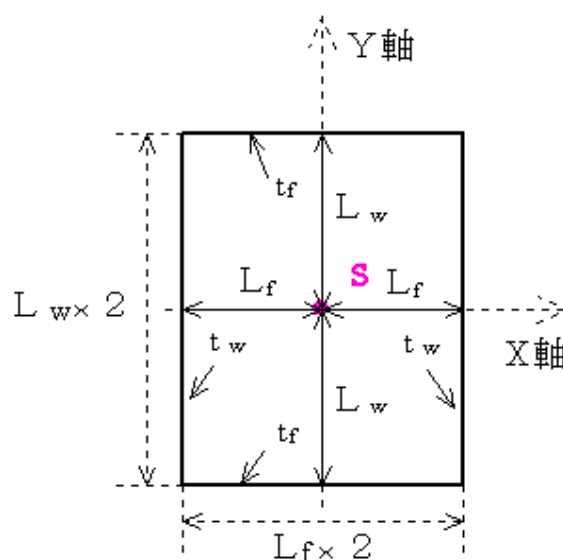


図 - 4 - 5 そり = 0 条件 (原点が剪断中心)

反り 0 の実現方法は t_w を増やすか、 t_f を減らすかです。反り減少の目的を重量削減に限定して考えると、反り 0 条件に近づく方法は t_f をステップ的に減して最後に $t_f = t_w \times L_f \div L_w$ 12.4mm に到達することです。

(1) 反り関数と剪断流

図 - 4 - 6 ~ 9 が反り関数と剪断流の断面分布図で、 t_f が反り 0 条件に近づくに従い減少して行く様子を示しています。図 6 が基本ケース ($t_f =$

34mm)、図7が $t_f = 16\text{mm}$ 、図8が $t_f = 14\text{mm}$ 、図9が反り0ケース ($t_f = 12.4\text{mm}$) です。

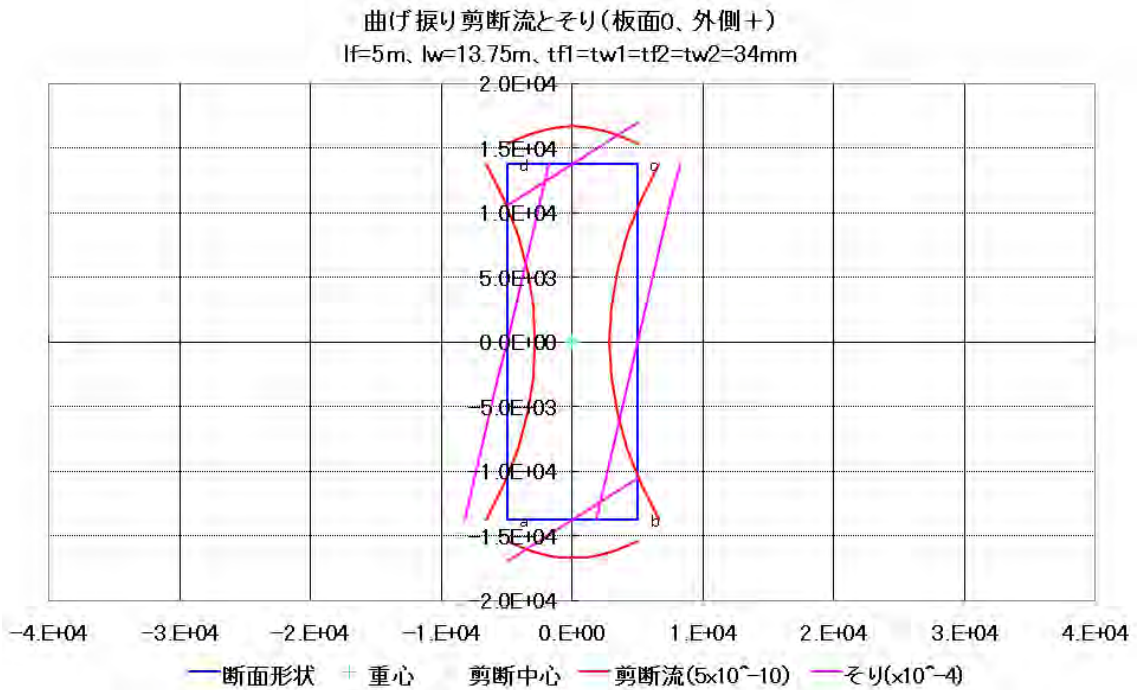


図 - 4 - 6 そり関数と曲げ捩り剪断流 (基本ケース: $t_f = 34\text{mm}$)

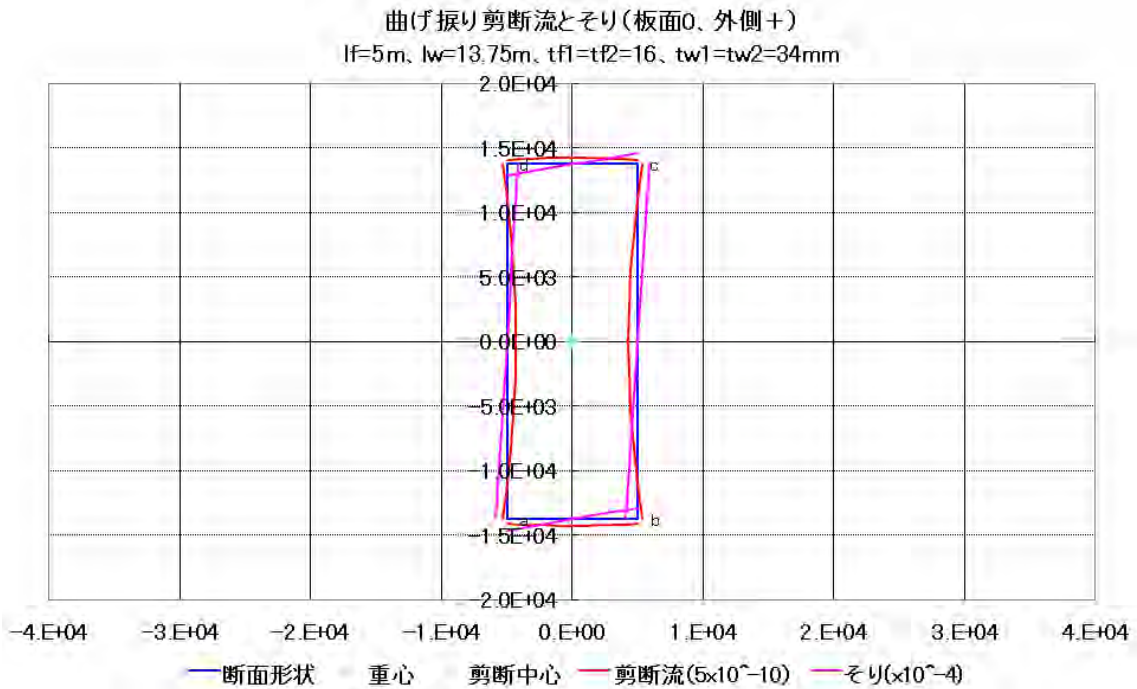


図 - 4 - 7 そり関数と曲げ捩り剪断流 ($t_f = 16\text{mm}$)

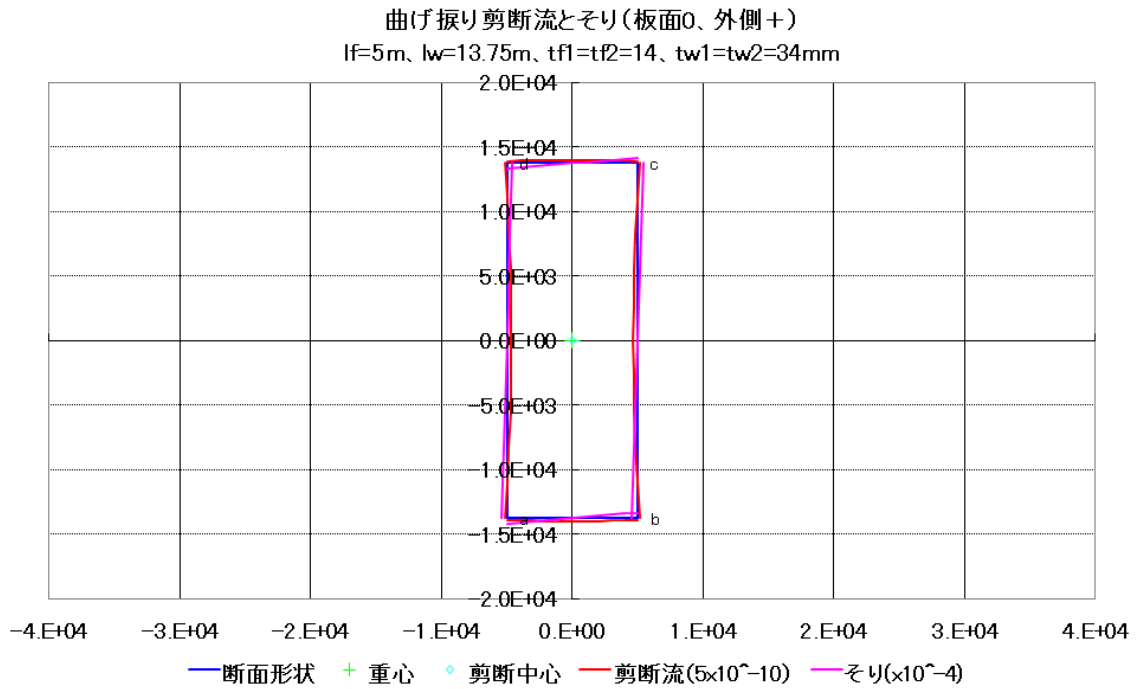


図 - 4 - 8 そり関数と曲げ振り剪断流 ($t_f = 14\text{mm}$)

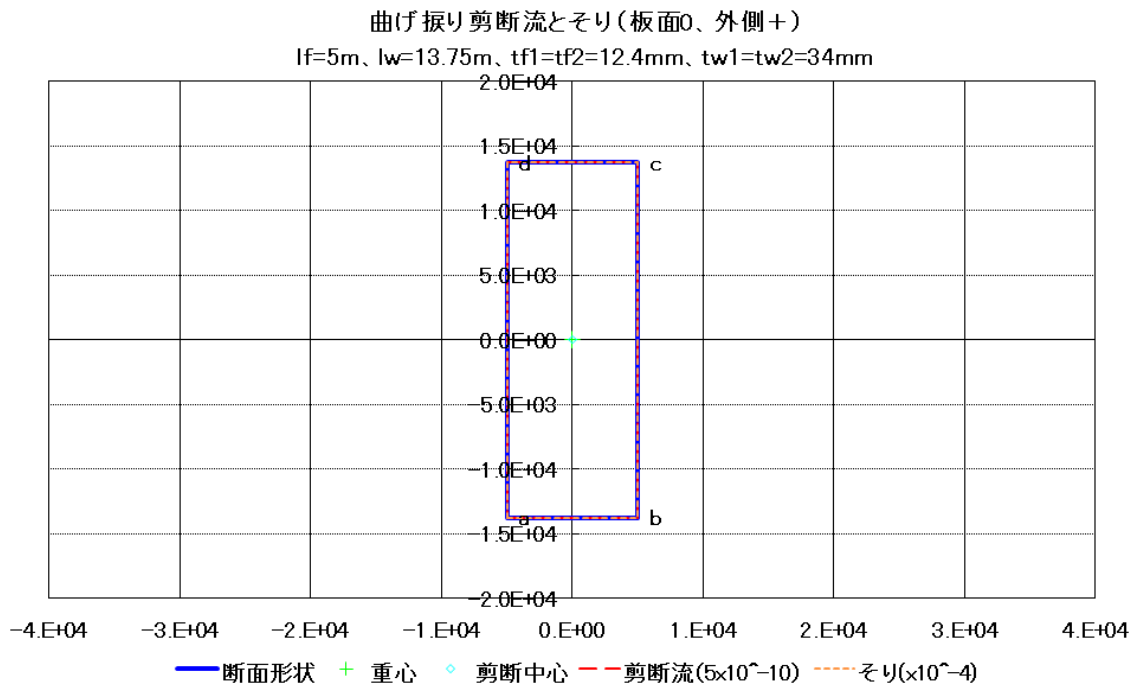


図 - 4 - 9 そり関数と曲げ振り剪断流 (反り 0 : $t_f = 12.4\text{mm}$)

(2) 反り関連諸量と構造解析結果

反りと剪断流の定量的な減少過程と反り0操作が構造全体に与える影響を示します。構造解析は文献(6)の弾性方程式によりました。

図 - 4 - 10 は諸量と構造解析結果の変動を示します。横軸が板厚 t_f で、縦軸は t_f の減少に伴う諸量と解析結果の変化を基本ケースを 100 としたパーセントで表しています。

反り関連諸量の説明：反り量に関わる ψ_0 (反り常数)、曲げ捩り剪断応力に関わる q_{w0} (剪断流常数) が $t_f = 12.4\text{mm}$ に向かって急激に0に近づく様子が伺えます。二つの断面係数、 C_{bd} (曲げ捩り) と J_t (捩り)、も減少しますが、捩り構造の全体変形を抑制する主役である J_t の減少は影響重大です。反り0操作による J_t の減少は理に反していませんが、その結果、捩れ角度が増加して形状係数の低減効果が帳消しになる可能性があるからです。

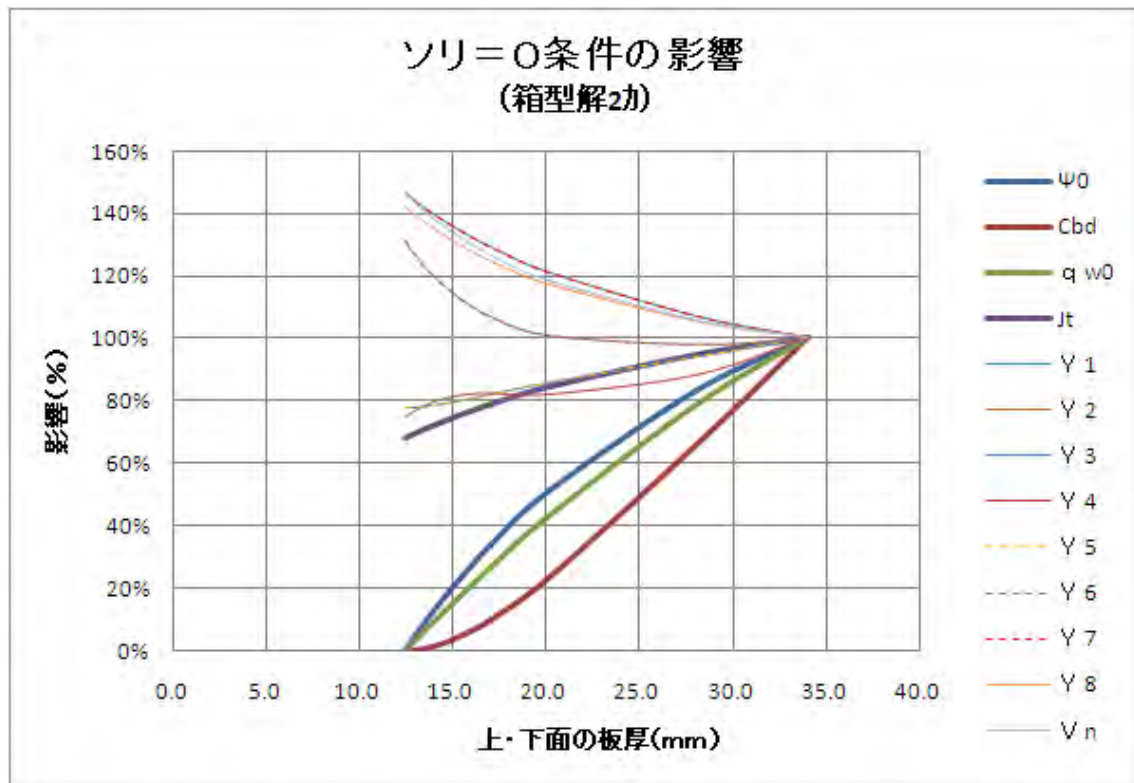


図 - 4 - 10 そり関連諸量の変化と構造解析結果への影響

構造解析結果の説明：構造解析結果は V_n (自由端剪断中心の Y 方向変位)、

及び、 $Y_1 \sim Y_8$ （支承のY方向不静定反力）です。反り0操作の影響として以下が読み取れます。

- 1) V_n の大幅増加（ σ の大幅増加を意味します）。
- 2) 不静定反力は径間中央（ $Y_3 \sim Y_5$ ）で減少、端末近くで増加。
- 3) 前項は曲げ変形の増加を示唆しますが、曲げは所詮二次的存在です。

4.3 反り0条件と最適設計

反り0操作の影響で J_t の減少を招き、結果として捻れ角度 θ が増加して応力が増加します。断面形状の変更による J_t 補強で応力増加を抑制することができますので、反り0条件を取り入れた最適設計が可能です。

4.3.1 形状変更の方法

形状変更により J_t を増やす手段は L_f の増加か t_w の増加ですが、自重低減が当面の目的ですから L_f が選択対象となります。また、 L_f の増加による J_t の増加率は形状係数（ q_{w0} ：反りと垂直応力、 q_{w0} ：剪断応力）の増加率よりも大きく、 J_t 増加に伴う J_t の一次微分値減少率よりも J_t の二次および三次微分値減少率が大きいので、曲げ捻り応力の低減手段としての L_f の選択は理にかなっていると言えます。

4.2.2において t_f の反り0条件接近法としてステップ状を導入しました。各ステップに於ける板厚を $t_{f\text{ステップ}}$ で表します。形状変更にもステップ状を導入することとし、各ステップで反り0条件への接近度合を維持する為に t_f を式(4)で算出し、切り上げ方式でmm単位のラウンド値とします。

$$t_f = t_{f\text{ステップ}} \times L_f\text{増加} \div 5000(\text{mm}) \quad \dots (4)$$

茲で、 $L_f\text{増加}$ ：増加後の L_f

4.3.2 最適設計の方法

反り0条件の活用目的を自重低減に置いて来ましたが、最適設計の目的はコストの削減です。

コストの構成要因は材料費、加工費、運搬費、現地建設費、維持・管理等様々であり、必ずしも自重最小がコスト最小に繋がりません。例えば、反り0条件適用で応力が増加した部分に特注板厚の高強度材をはめ込んで最小重量を維

持する選択肢があります。しかし、材料費と加工費が上昇するので、自重を増して材料強度を維持する案がコスト的に有利かも知れません。

また、断面応力として、捩り、曲げ捩り、反り、曲げなど構造物の全体変形で発生する応力を検討対象としましたが、作用水圧による扉板や防撓部材の曲げ、支承部や支持端の支持反力による曲げなど、局部応力にも対応する必要がありますので、反り0条件で計画された構造が最小自重である保証もありません。

現実的には複数計画案からの最良案選択が最適設計を得る常套手段であるとするならば、最適設計は反り0条件を満たす点だけでなく、反り0条件への接近線とJt補強を目的とする形状変更線で作られた面状範囲からの選択となります。

図 - 4 - 1 1 及び 1 2 は最適設計手順のイメージを示します。図 1 1 が設計のフローチャート、図 1 2 が反り0条件の選択表です。選択表の目的は設計フローへの反り0条件の盛り込みであり、S2 変更板厚（曲げ捩り）の設定ガイドになることを期待しています。本表は設計条件毎に用意する必要があり、本例は図 - 3 - 1 4 箱型事例の諸元に対応しています。

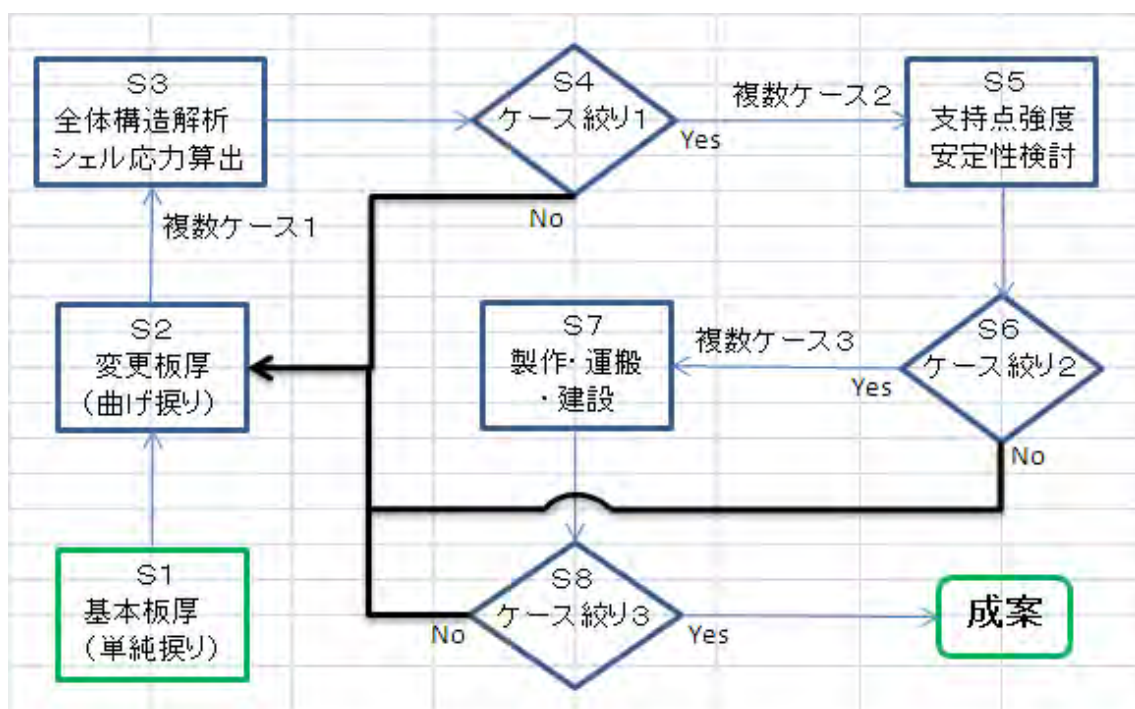


図 - 4 - 1 1 最適設計フローのイメージ

基本板厚: 34mm (t _f) (赤色: 反り0)														基本板厚: 34mm (ゲート自重%) (赤色: 反り0)														
L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													
	12.4	13	14	15	16	17	18	20	22	24	26	28	30		34	12.4	13	14	15	16	17	18	20	22	24	26	28	30
5000	12.4	13	14	15	16	17	18	20	22	24	26	28	30	34	83	84	84	85	86	87	87	89	91	92	94	95	97	100
5100	12.6	14	15	16	17	18	19	21	23	25	27	29	31	35	83	85	85	86	87	88	89	90	92	93	95	97	98	101
5200	12.9	14	15	16	17	18	19	21	23	25	28	30	32	36	84	85	86	86	87	88	89	90	92	94	96	98	99	103
5300	13.1	14	15	16	17	19	20	22	24	26	28	30	32	37	84	85	86	87	87	89	90	92	93	95	97	98	100	104
5400	13.4	15	16	17	18	19	20	22	24	26	29	31	33	37	85	86	87	88	89	89	90	92	94	95	98	100	101	105
5500	13.6	15	16	17	18	19	20	22	25	27	29	31	33	38	85	86	87	88	89	90	91	92	95	97	98	100	102	106
5600	13.8	15	16	17	18	20	21	23	25	27	30	32	34	39	85	87	87	88	89	91	92	94	95	97	100	101	103	108
5900	14.6	16	17	18	19	21	22	24	26	29	31	34	36	41	87	88	89	90	91	93	94	96	97	100	102	105	107	111
6700	16.6	18	19	21	22	23	25	27	30	33	35	38	41	46	91	92	93	95	96	98	100	102	105	108	110	113	116	122
7500	18.5	20	21	23	24	26	27	30	33	36	39	42	45	51	95	97	98	100	102	104	105	109	112	116	119	123	126	133

基本板厚: 16mm (t _f) (赤色: 反り0)														基本板厚: 16mm (ゲート自重%) (赤色: 反り0)														
L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													
	5.8			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		16	5.8			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5000						8	9	10	11	12	13	14	15	16					87	88	90	92	93	95	97	98	100	
5100						9	10	11	12	13	14	15	16	17					89	90	92	94	95	97	99	101	102	
5200						9	10	11	12	13	14	15	16	17					89	91	92	94	96	98	99	101	103	
5300					8	9	10	11	12	13	14	15	16	17				87	89	91	93	95	96	98	100	102	103	
5400					8	9	10	11	12	13	15	16	17	18				88	90	91	93	95	97	100	102	104	106	
5500					8	9	10	11	13	14	15	16	17	18				88	90	92	94	97	99	101	103	105	106	
5600					8	9	11	12	13	14	15	16	17	18				88	90	94	96	98	99	101	103	105	107	
5900					8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19			89	91	93	95	97	99	103	105	107	109	111
6700	7.8				9	10	11	13	14	15	17	18	19	21	22			93	96	98	102	105	107	111	114	116	120	122
7500	8.7				9	11	12	14	15	17	18	20	21	23	24			96	101	103	108	111	116	118	123	126	131	133

基本板厚: 14mm (t _f) (赤色: 反り0)														基本板厚: 14mm (ゲート自重) (赤色: 反り0)															
L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													L _f (mm)	t _f ステップ (mm)														
	5.1				5	6	7	8	9	10	11	12	13		14	5.1				5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5000																					89	90	92	94	96	98	100		
5100									8	9	10	11	12	13	14	15					89	91	93	95	97	99	101	102	
5200									8	9	10	11	12	13	14	15					89	91	93	95	97	99	101	103	
5300									8	9	10	11	12	13	14	15					89	92	94	96	98	100	102	104	
5400									8	9	10	11	12	13	15	16					90	92	94	96	98	100	104	106	
5500									8	9	10	11	13	14	15	16					90	92	94	96	101	103	105	107	
5600									8	9	11	12	13	14	15	16					90	93	97	99	101	103	105	107	
5900									8	9	10	11	12	13	15	16	17			91	94	96	98	100	103	107	109	112	
6700									9	10	11	13	14	15	17	18	19			96	99	101	107	109	112	117	119	122	
7500	7.6								8	9	11	12	14	15	17	18	20	21		96	99	105	108	113	116	122	125	130	133

基本板厚: 12mm (t _f) (赤色: 反り0)														基本板厚: 12mm (ゲート自重%) (赤色: 反り0)														
L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													L _f (mm)	t _f ステップ (mm)													
	4.4					5	6	7	8	9	10	11	12		4.4					5	6	7	8	9	10	11	12	
5000																												
5100																												
5200																												
5300																												
5400																												
5500																												
5600																												
5900																												
6700																												
7500	6.5																											

図 - 4 - 12 反り0条件選択表のイメージ

5 . おわりに

薄肉閉断面の捩り構造は曲げ構造より圧倒的に有利です。

捩りには単純捩りと曲げ捩りの2種類があります。

単純捩りでは単純捩りモーメントにより捩り剪断応力が発生します。

曲げ捩りでは曲げ捩りモーメントが加わって剪断応力が波打ちます。

波打ち応力の最大値は200%以上になることもあります。

応力は形状係数×変形量×ばね常数に比例します。

反りの低減で形状係数が減少、又は、消滅できます。

反りの低減操作で J_t が低下して変形量と応力が増加します。

断面の形状変更による J_t 補強で応力増加が抑制できます。

反り0条件を含む最適設計で捩り構造の優位性が更に高まります。

添付資料 1 . 捩り構造の技術的諸量（関係と内容）

（ 1 ）応力と変形に関する諸量の関係と内容

応力 = 形状係数 × 変形量 × ばね常数

変形量 = 内力 ÷ 断面剛性

断面剛性 = 断面係数 × ばね常数

表 - 1 諸量の内容（応力関係）

応力	形状係数	変形量	ばね常数
σ_b (曲げ)	x, y	\ddot{x}, \ddot{y}	E
τ_b (曲げ)	$\frac{Q_{yz}}{t}, \frac{Q_{xz}}{t}$	\dddot{x}, \dddot{y}	E
τ_s (単純捩り)	$\frac{Q_s}{t}$	$\dot{\theta}$	G
σ_z (曲げ捩り)	ψ	$\ddot{\theta}$	E
τ_w (曲げ捩り)	$\frac{Q_w}{t}$	$\ddot{\theta}$	E

表 - 2 諸量の内容（変形量関係）

変形量	内力	断面剛性	
		断面係数	ばね常数
\ddot{x}, \ddot{y}	m_{by}, m_{bx}	I_y, I_x	E
\dddot{x}, \dddot{y}	Q_x, Q_y	I_y, I_x	E
$\dot{\theta}$	T_s	J_t	G
$\ddot{\theta}$	(?)	$(J_t \times C_{bd})^{0.5}$	$(G \times E)^{0.5}$
$\ddot{\theta}$	T_w	C_{bd}	E

表 - 1 は応力関係および表 - 2 は変形量関係の諸量の内容を示す。

(2) 応力と t および S の関係 (影響度)

表 - 1 および表 - 2 に示す諸量の中で赤色で示した形状係数と断面係数が t と S の影響を受ける。表 - 3 は断面係数に対する t と S の影響度を示す。表 - 4 は応力に対する t と S の影響度を示す。この中で、変形量の影響度は断面係数の影響度の逆数であり、また、形状係数と変形量の積が応力の影響度である。影響度解析は形状および板厚分布において相似であることを前提条件としている。

表 - 3 断面係数に対する t と S の影響度

断面係数	t 及び S の影響度
I_y 、 I_x	$t^1 \cdot s^3$
J_t	$t^1 \cdot s^3$
$(J_t \times C_{bd})^{0.5}$	$t^1 \cdot s^4$
C_{bd}	$t^1 \cdot s^5$

表 - 4 応力に対する t と S の影響度

応力	t 及び S の影響度		
	形状係数	変形量	応力
σ_b (曲げ)	S	$t^{-1} \cdot s^{-3}$	$t^{-1} \cdot s^{-2}$
τ_b (曲げ)	S^2	$t^{-1} \cdot s^{-3}$	$t^{-1} \cdot s^{-1}$
τ_s (単純捩り)	S	$t^{-1} \cdot s^{-3}$	$t^{-1} \cdot s^{-2}$
σ_z (曲げ捩り)	S^2	$t^{-1} \cdot s^{-4}$	$t^{-1} \cdot s^{-2}$
τ_w (曲げ捩り)	S^2	$t^{-1} \cdot s^{-5}$	$t^{-1} \cdot s^{-3}$

(3) 変位に関する諸量の関係と内容

変位 = 変形 × 形状係数

表 - 5 諸量の内容 (変位関係)

変位		変形	形状係数
方向	記号		
X方向変位	x	x	1
Y方向変位	y	y	1
X方向変位	u	θ	$-(y-L_p y)$
Y方向変位	v	θ	$x-L_p x$
反り変位	w	$\dot{\theta}$	Ψ

添付資料 2 . 参考文献

- (1) H.Wagner、Verdrehung und Knickung von offenen Profilen、Festschrift. 25
Jahre T.H. Danzig、 S.329、 1929
- (2) H.Wagner, W. Pretscher、 Verdrehung und Knickung von offenen Profilen、 Lufo., Bd 11.
Nr.6、 1934
- (3) 倉西正嗣、弾性学、国際理工研究社、1949
- (4) 倉西正嗣、応用弾性学、共立全書、1957
- (5) 奥村敏恵、薄肉弾面の曲げ捻り特性、構造工学に於ける最近の諸問題、1967
- (6) 寺田溥、捻り構造ゲートの解析方法、ダム工学 Vol.7 No.1 1997
- (7) 寺田溥、水門扉の大型化と高圧化に関する研究、学位論文、1996 (東洋大学提出)